Réseaux & Télécommunications GRENOBLE

–/06/2022
DS Type R214

IUT1 Grenoble Université Grenoble Alpes

Prénom		**Nom**	
Groupe		Note	

Prenez soin de lire la **totalité** du sujet.
Le sujet comporte 7 **pages**. Durée de l'épreuve : **1h30(+)**.

Calculatrices interdites, tous documents interdits.

Exercice 1 (Calcul de dérivées (Basique))
Pour les fonctions suivantes, donner le **domaine de définition**, le **domaine de dérivabilité** et la **dérivée** de la fonction sur le domaine de dérivabilité.

1. $f_1 : x \mapsto \dfrac{\pi}{\sqrt{x}}$

2. $g_1 : t \mapsto 10\ln(t) + 5\cos(t)$

3. $h_1 : z \mapsto 3z^2 \exp(z)$

Exercice 2 (Calcul de dérivées (Intermédiaire))
Pour les fonctions suivantes, donner le **domaine de définition**, le **domaine de dérivabilité** et la **dérivée** de la fonction sur le domaine de dérivabilité.

1. $f_2 : x \mapsto \dfrac{\exp(3x)}{\sqrt{x^2+3}}$

2. $g_2 : t \mapsto t\ln(t)\sin(t)$

3. $h_2 : z \mapsto (2-z)\exp(z^3+4)$

Exercice 3 (Étude d'une fonction)
Pour les 2 questions suivantes, vous donnerez :

- le **domaine de définition** et le **domaine de dérivabilité** de la fonction étudiée
- la **dérivée** de la fonction étudiée sur son domaine de dérivabilité
- le **signe de la dérivée** de la fonction étudiée sur son domaine de dérivabilité
- le **sens de variation** de la fonction étudiée sur son domaine de définition
- les **limites** et (s'il y en a) les **extrêma**

1. Étudier le sens de variation de la fonction $f : x \longmapsto 3t + 2 - \ln(t)$

2. Étudier le sens de variation de la fonction $g : t \longmapsto \dfrac{2t}{3-t}$

Exercice 4 (Calcul de limites (Basique))

Calculer les limites suivantes

1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 + 25x - 5}{x^2}$

2. $\lim\limits_{x \to +\infty} 5x^2 \exp(-2x)$

3. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x^2}{\sin^2(2x)}$

4. $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \sin\left(\dfrac{3}{x^2}\right)$

5. $\lim\limits_{x \to +\infty} \cos(1 - 5x) \exp(-2x)$

Exercice 5 (Calcul de limites (Intermédiaire))
Calculer les limites suivantes

1. $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+25}-5}{x}$

2. $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos(2x)}{(\sin(2x))^2}$

3. $\lim_{x \to 0} \frac{x^2+\exp(-x)x^4}{\sqrt{2}x+3x^2}$

Exercice 6 (Calcul Intégral (Basique))
On étudie des fonctions à valeurs réelles de la variable réelle sur leur domaine de définition.
La réponse proposée doit être **encadrée**. Détailler vos calculs si nécessaire.

1. Calculer **une** primitive $x \mapsto S_1(x)$ de la fonction $s_1 : x \mapsto \frac{\ln(3)}{3x^2} + e^{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{\pi}x$

2. Calculer **une** primitive $x \mapsto S_2(x)$ de la fonction $s_2 : x \mapsto 5\exp\left(\pi\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{3}\right)\right)$

3. Calculer **la** primitive $x \mapsto S_3(x)$ de la fonction $s_3 : x \mapsto \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{2}\sqrt{e+x}}$ qui vérifie $S_3(e) = e$

4. Calculer **la** primitive $x \mapsto S_4(x)$ de la fonction $s_4 : x \mapsto \frac{3}{2-x}$ qui s'annule en 4.
   s_4 et S_4 sont étudiés sur : $]2; \infty[$

5. Calculer $I_1 = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \sin(2x)\ dx$

6. Calculer $I_2 = \displaystyle\int_{-\frac{1}{\pi}}^{\frac{1}{\pi}} (\Pi(\pi x) + \pi)\ dx$
   où $x \mapsto \Pi(x)$ est la fonction porte, positive, centrée sur 0, de largeur 1 et de hauteur 1.

7. Calculer $I_3 = \displaystyle\int_{-10}^{\infty} \Lambda\left(\frac{x}{2}+5\right)\,dx$
   où $x \mapsto \Lambda(x)$ est la fonction triangle, positive, centrée sur 0, de largeur 2 et de hauteur 1.

Exercice 7 (Calcul Intégral (Intermédiaire))
On étudie des fonctions à valeurs réelles de la variable réelle sur leur domaine de définition.
La réponse proposée doit être **encadrée**. Chaque réponse doit être **justifiée** (détailler votre calcul).

1. Calculer **une** primitive $x \mapsto S_5(x)$ de la fonction $s_5 : x \mapsto (\cos(x))^2 \sin(x)$

2. Calculer $I_4 = \displaystyle\int_0^{\pi} (x-2)\sin(x)(2-x)\,dx$ (effectuer des Intégrations Par Parties)

3. Calculer $I_5 = \displaystyle\int_1^2 \frac{\exp\left(2\sqrt{u}+3\right)}{\sqrt{u}}\, du$ (Changement de Variable (CV))
Vous utiliserez le CV $u = x^2$

4. Calculer $I_6 = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} 2x\left(\Lambda\left(x\right)\right)^2\, dx$
où $x \mapsto \Lambda\left(x\right)$ est la fonction triangle, positive, centrée sur 0, de largeur 2 et de hauteur 1.