Les Vecteurs en Physique

Intro :

Pourquoi des vecteurs ?  statique →  dynamique

- vitesse $\vec{v}$ cinématique
- forces $\vec{F}$ dynamique

Quelles opérations ? somme / différences

- $m\frac{d\vec{v}}{dt} = \Sigma \vec{F}$ multiplicat° par un scalaire
  principe fond. dym dérivation /t
- $\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{v}$ produit scalaire
  puissance (W)
- $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ produit vectoriel.
  moment d'une force

I - Le vecteur

1.1. Définition

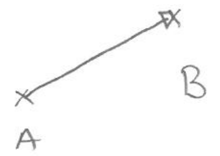
· Le vecteur est défini par

- une longueur $AB = \|\overrightarrow{AB}\|$ ← norme
- une direction (AB)
- un sens A → B

Exemples ?

- mécanique : position, vitesse, force, quantité de mvt, moment
- électromagnétisme : champ électrique, magnétique, forces

Représentation



dans le plan

vers nous   vers le tableau

⊙   ⊗

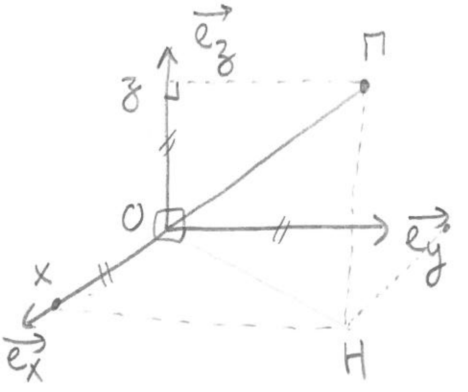
hors du plan

1-2 : Coordonnées, composantes

Définition d'un repère :

- une origine O
- trois vecteurs de bases $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$

le repère est dit orthogonal si les vecteurs sont ⊥ et orthonormé s'ils ont une norme égale à 1. (longueur).



Dans le repère orthonormé, le point M a pour coordonnées (x,y,z).

$$M \left| \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \right.$$

Composantes du vecteur

Origine $A(x_A, y_A, z_A)$, extrémité $B(x_B, y_B, z_B)$

$$\boxed{\overrightarrow{AB} \left| \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \right. \qquad \left| \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \right. = \left| \begin{matrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{matrix} \right. - \left| \begin{matrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{matrix} \right.}$$ à retenir.

signifie que pour aller de A vers B on doit se déplacer de $x = x_B - x_A$ selon l'axe des x

Norme du vecteur

à retenir

$$\boxed{\|\overrightarrow{AB}\| = AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}}$$

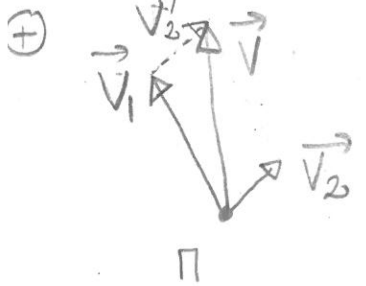
Exemple :

{ Faire exo 1 : 1)→3)

2. Opération sur les vecteurs

2.1 addition et différence

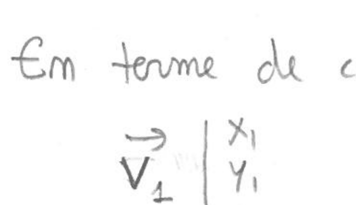
⊕



- on reporte $\vec{V_2}$ à l'extrémité de $\vec{V_1}$
- on suit les vecteurs $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2'}$ pour construire l'extrémité de $\vec{V}$

$$\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$$

⊖



$$\vec{F_{tot}} = \vec{F_1} - \vec{F_2}$$

- on reporte le vecteur $-\vec{V_2}$ (sens opposé à $\vec{V_2}$) à l'extrémité de $\vec{V_1}$
- on suit $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2'}$.

En terme de coordonnées

à retenir.

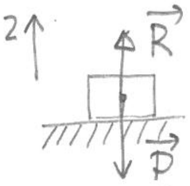
$\vec{V_1} \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{vmatrix}$ $\vec{V_2} \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{vmatrix}$

$$\boxed{\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2} = \begin{vmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \\ z_1 + z_2 \end{vmatrix}}$$

{ Faire exo 1 : 4)→7)

Exemple :

$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ statique



$\vec{P} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{vmatrix}$ $\vec{P} + \vec{R} = \begin{vmatrix} 0 + R_x \\ 0 + R_y \\ -mg + R_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow R_z = mg$.

2-2 : Multiplication par un scalaire

Soit $\vec{V} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$ et un nombre k

$$\boxed{k \cdot \vec{V} = \begin{vmatrix} k.x \\ k.y \\ k.z \end{vmatrix}}$$ à retenir

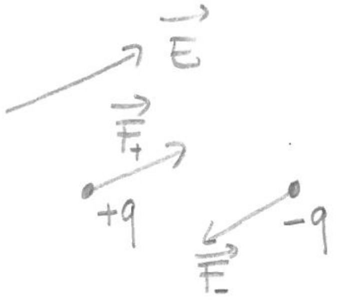
Remarque :

- si $k<0$ le vecteur $k\,\vec{V}$ a un sens opposé à $\vec{V}$.

Exemple :

Force électrique $\vec{F} = q\,\vec{E}$

charge électrique (q) — champ électrique ($\vec{E}$)



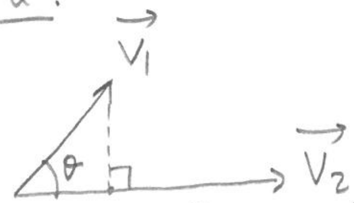
{ Faire exo 1&8)
{ et exo 2)

8-3 : Produit scalaire

Def :
Soit $\vec{V_1} \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{vmatrix}$ et $\vec{V_2} \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{vmatrix}$ - le produit scalaire vaut

$$\boxed{\vec{V_1} \cdot \vec{V_2} = \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{vmatrix} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}$$ à retenir

ropriété :



on projete $\vec{V_1}$ sur $\vec{V_2}$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{V_1} \cdot \vec{V_2} &= \|\vec{V_1}\| \cdot \|\vec{V_2}\| \cdot \cos\theta \\ &= V_1 . V_2 \cos\theta \end{aligned}}$$ à retenir

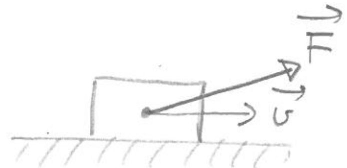
Si $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ $\vec{V_1} \cdot \vec{V_2} > 0$ et $\vec{V_1} \cdot \vec{V_2} = 0$ si $\theta = \pi/2\ [\pi]$

$\frac{3\pi}{2} > \theta > \frac{\pi}{2}$ < 0

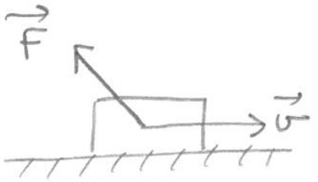
Exemple :

Puissance reçue par un objet

$$\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{v}$$



$\vec{F}.\vec{v} > 0$
travail moteur



$\vec{F}.\vec{v} < 0$
travail résistant

Faire exo17:) ~~et~~

2-4: Produit vectoriel

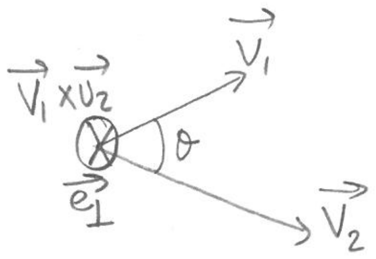
Définition

Soit $V_1 \left| \begin{matrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{matrix} \right.$ et $V_2 \left| \begin{matrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{matrix} \right.$

$$\boxed{\vec{V_1} \times \vec{V_2} \text{ ou } \vec{V_1} \wedge \vec{V_2} = \left| \begin{matrix} y_1 z_2 - z_1 y_2 \\ z_1 x_2 - x_1 z_2 \\ x_1 y_2 - y_1 x_2 \end{matrix} \right.}$$

à retenir avec la règle du γ.

Propriétés :

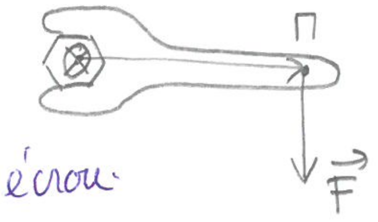


- $\vec{V_1} \times \vec{V_2}$ est perpendiculaire à $\vec{V_1}$ et à $\vec{V_2}$
- $\boxed{\vec{V_1} \times \vec{V_2} = \|\vec{V_1}\| . \|\vec{V_2}\| . \sin\theta \ \vec{e_\perp}}$
- déterminat° de l'orientation par la règle du tire bouchon ou des 3 doits

Main gauche		Main droite	
V_1	majeur	V_1	pouce
V_2	index	V_2	index
V_3	pouce	V_3	majeur

⚠ $\vec{V_1} \times \vec{V_2} = - \vec{V_2} \times \vec{V_1}$

Exemple:



Moment de la force

$\vec{M} = \vec{OM} \times \vec{F}$ vers la fuille.

La clé va tourner dans le sens des aiguille d'une montre (règle du tire bouch.)