

## Rappels de trigonométrie

Ce cours d'optique ondulatoire s'appuie sur des prérequis en trigonométrie. Pour vous aider à faire des révisions, voici quelques exercices qui vous serviront dans la suite. Si vous avez du mal à les faire, reportez-vous à vos cours de mathématiques ou à des exercices en ligne...

Et surtout, entraînez-vous !

### 1. Simplifier

Savoir simplifier les expressions avec les cosinus et sinus qui font intervenir  $\pm\pi/2$ , connaître les valeurs de cosinus et sinus de  $\pi/3$  et  $\pi/6$ . Par exemple :

a)  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) =$

b)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) =$

c)  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) =$

### 2. Démontrer :

$$1 + \cos x = 2 \left( \cos \frac{x}{2} \right)^2$$

### 3. Calculer :

a)  $\frac{d \cos(\omega t + \phi)}{dt} =$

b)  $\frac{d \sin(\omega t + \phi)}{dt} =$

c)  $\int \cos(\omega t + \phi) dt =$

d)  $\int_0^{\pi} \sin(\omega t + \phi) dt =$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} =$

f) Quelles sont les valeurs de  $x$  qui vérifient  $\cos(x) = 1$  ?

g) Quelles sont les valeurs de  $x$  qui vérifient  $\cos^2(x) = 0$  ?

#### **4. Représentations graphiques**

a) Tracer l'allure de la fonction  $\cos(x)$  en mettant les valeurs remarquables.

b) Tracer l'allure de la fonction  $\cos^2(x)$  en mettant les valeurs remarquables.

## TD1 : Bases de l'optique ondulatoire

### 1. Questions de cours

a) On considère deux ondes :

$$E_1(t) = E_0 \cos(\omega t)$$

$$E_2(t) = E_0 \cos(\omega t + \phi)$$

On suppose  $0 < \phi < \pi$ , quelle est l'onde qui est en avance ?

b) Donner la relation entre l'intensité lumineuse et le champ électrique.

c) Donner la relation entre la différence de marche optique et le déphasage.

### 2. Vrai ou faux ?

Justifier la réponse. Lorsque l'affirmation est fausse, la corriger.

- a) Le champ magnétique d'une onde électromagnétique  $\vec{B}$  est parallèle au champ électrique  $\vec{E}$ .
- b) Les champs magnétique  $\vec{B}$  et électrique  $\vec{E}$  d'une onde électromagnétique sont perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde.
- c) Un front d'onde est une surface où tous les points sont en phase.
- d) Le chemin optique dépend de l'indice optique.
- e) En utilisant un détecteur ultra-rapide (temps de réponse de l'ordre de la dizaine de picoseconde), on peut observer l'oscillation du champ électrique en un point donné.
- f) Les fréquences typiques du visible sont de l'ordre de 500 kHz.

### 3. Différence de marche optique introduite par une lentille

Soit une lentille mince convergente dans l'air, éclairée par une source ponctuelle placée en  $A$  dans le plan focal objet, hors du foyer objet  $F$  (fig.1).

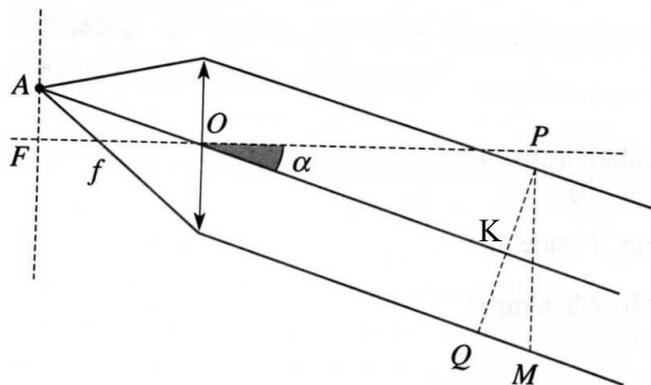


Figure 1 - Source ponctuelle située dans le plan focal d'une lentille convergente.

a) Justifier le tracé des rayons émergents.

- b) Quelle est la différence de phase entre les points  $P$  et  $Q$  ? entre les points  $P$  et  $K$  ? Justifier. En déduire la différence de marche entre les points  $P$  et  $Q$ .
- c) Déterminer l'expression de la différence de marche entre les points  $P$  et  $M$  en fonction de la distance  $QP$  et de l'angle  $\alpha$ .
- d) Déterminer le déphasage correspondant entre les points  $P$  et  $M$ .
- e) Une impulsion lumineuse très brève émise au point  $A$  arrive à  $t = t_0$  au point  $P$ . A quel instant arrivera-t-elle en  $Q$  ? En  $M$  ?

#### 4. Casque antibruit actif



Figure 2 - "Bienvenue dans un monde plus calme : Avec les casques QuietComfort, vous êtes réellement coupé du monde et des bruits qui vous entourent. Qu'il s'agisse du ronronnement des réacteurs de l'avion, de l'agitation de la ville ou des bruits du bureau, avec les casques QuietComfort, le bruit passe à l'arrière-plan."(www.bose.fr)

Le bruit peut être considéré comme une somme de sons purs, à fréquence donnée. L'air oscille sous l'impulsion de ces ondes sonores, c'est-à-dire que sa pression varie localement. Le principe du casque antibruit actif consiste à ajouter au bruit un second signal de telle sorte que la suppression de l'air due au bruit coïncide avec la dépression due au son ajouté.

On considérera que l'intensité sonore  $I$  est reliée à la moyenne temporelle de l'onde sonore  $s(t)$  selon :

$$I = \langle s^2(t) \rangle \quad (1)^1$$

On considère un bruit composé d'un son pur de fréquence  $f$ , d'amplitude  $b_0$  et de phase  $\phi$ .

- a) Ecrire l'expression de l'onde sonore du bruit  $b(t)$ .
- b) Quelle doivent être la fréquence et l'amplitude du second signal sonore  $c(t)$  généré par le casque pour annuler ce bruit ? A ce stade on ne fera aucune hypothèse sur la phase de  $c(t)$ , qu'on notera  $\Psi$ . Ecrire l'expression de  $c(t)$ .
- c) Calculer l'intensité sonore (calculer les valeurs moyennes temporelles) :
- Sans le casque (il n'y a que l'onde du bruit), en fonction de  $b_0$ .
  - Avec le casque (en considérant  $c(t)$ ), en fonction de  $b_0$ ,  $\phi$  et  $\Psi$ .
  - Etudier les cas où les deux ondes sont en phase ou en opposition de phase.
- d) Conclure quant au principe du casque antibruit actif.
- e) Quels éléments composent un casque à compensation de bruit ?

<sup>1</sup> En fait l'intensité sonore est proportionnelle à la quantité  $\langle s^2(t) \rangle$ .

### 5. Différence de marche optique dans un interféromètre de Michelson

On considère le schéma optique de la figure 3 (schéma de Michelson). Une source ponctuelle  $S$  émet un faisceau de lumière qui est divisé en deux par une lame séparatrice  $S_p$ . Chaque faisceau est ensuite rétro-réfléchi par un miroir ( $M_1$  ou  $M_2$ ) pour se recombinaison dans la direction d'observation ( $A$ ).

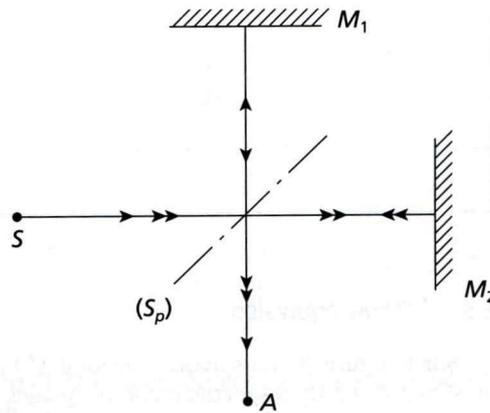


Figure 3 – Schéma de principe d'un Michelson –  $S_p$  : Séparatrice.  $M_1$  et  $M_2$  : Miroirs.  $S$  : source ponctuelle.

- Calculer la différence de marche optique et le déphasage entre les deux rayons qui se superposent en  $A$ . Exprimer le résultat en fonction de la longueur des bras de l'interféromètre (distances entre la séparatrice et les miroirs).
- On règle le Michelson pour que les deux bras soient de même longueur. On rajoute sur un des bras un milieu d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n$ . Calculer la différence de marche optique et le déphasage entre les deux rayons à la sortie de l'interféromètre.

### 6. Différence de marche introduite par une lame à faces parallèles

Soit un rayon incliné d'un angle  $i$  par rapport à la normale d'une lame de verre dont les deux faces sont parallèles (fig.4). On note  $e$  l'épaisseur de la lame et  $n$  son indice. Il se réfléchit partiellement sur chacune des faces.

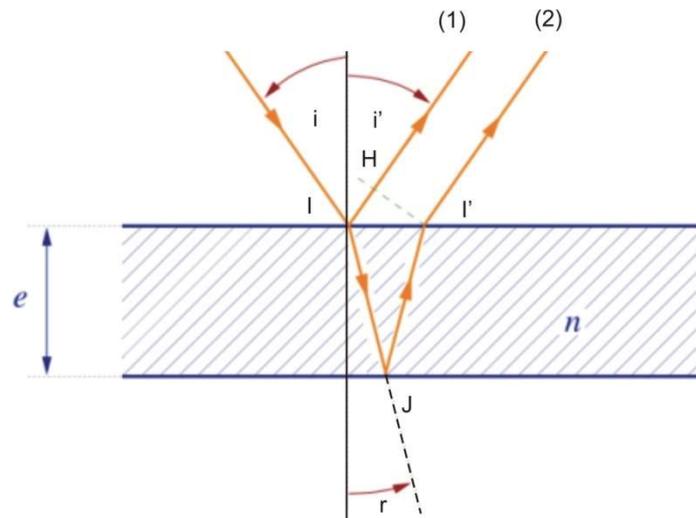


Figure 4 – Réflexion de la lumière sur une lame à faces parallèles.

(a) Calculer  $\Delta$  la différence de marche entre les rayons (1) et (2) dans le plan contenant  $H$  et  $I'$ . On exprimera le résultat en fonction de  $n$ ,  $e$  et de l'angle de réfraction  $r$ , dont on précisera l'expression en fonction de l'angle d'incidence  $i$  et de l'indice  $n$ .

Réponse :  $\Delta = 2ne \cos r$ .

## TD2 : Interférences à 2 ondes

### 1. Questions de cours

- a) Sous quelle(s) condition(s) peut-on écrire l'intensité résultante d'une interférence à deux ondes sous la forme :  $I = 2I_0(1 + \cos\phi)$
- b) A quoi est liée la phase  $\phi$  dans l'équation précédente ?

### 2. Vrai ou faux ?

Justifier votre réponse. Lorsque l'affirmation est fausse, la corriger.

- a) Deux sources de longueurs d'ondes différentes peuvent interférer.
- b) L'interfrange ne dépend pas de la longueur d'onde.
- c) On considère l'expérience des trous d'Young :
  - i. Les franges d'interférences sont parallèles à  $(S_1S_2)$ .
  - ii. L'interfrange entre deux franges brillantes est différent de l'interfrange entre deux franges sombres.
  - iii. On n'observe aucune figure d'interférence en lumière blanche.
- d) On considère le dispositif interférentiel de Michelson :
  - i. Les anneaux s'obtiennent en configuration « lame d'air » (miroirs rigoureusement perpendiculaires).
  - ii. Les franges rectilignes s'obtiennent en configuration « coin d'air ».
  - iii. Les franges rectilignes sont localisées à l'infini.

### 3. Exercice de cours : Les trous d'Young pas à pas...

On considère le dispositif des trous d'Young : deux trous de même dimension  $S_1$  et  $S_2$  distants de  $a$  font face à un troisième trou  $S$ , situé sur la médiatrice de  $S_1S_2$  à une distance  $L$ . Le premier trou  $S$  est éclairé par une source monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . On suppose qu'il réémet cette onde dans toutes les directions. On observe la figure d'interférences produite sur un écran ( $E$ ) situé à la distance  $D$  des trous  $S_1$  et  $S_2$ . On note  $x$  la distance à l'axe du point  $M$  de l'écran. Les distances  $D$  et  $L$  sont très grandes par rapport à  $a$  et  $x$ , ce qui n'est pas pris en compte sur la figure 8.

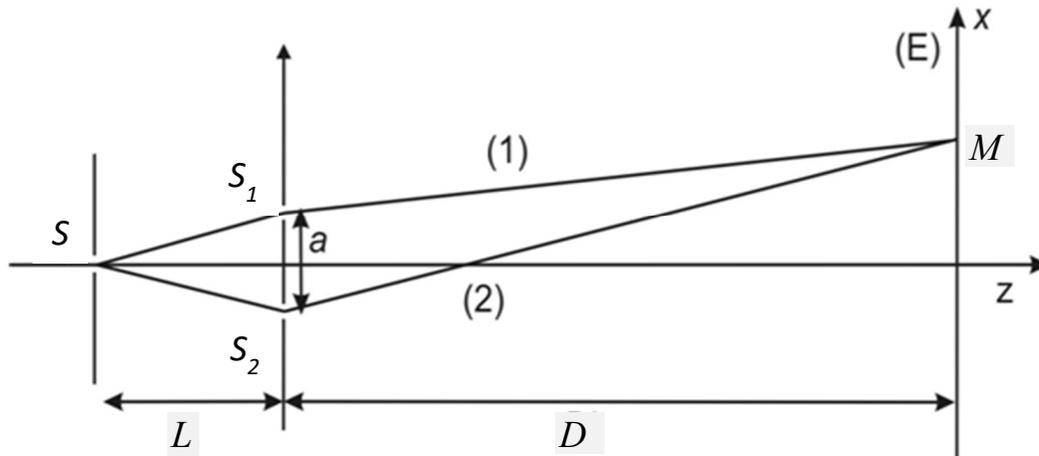


Figure 8 - Schéma du dispositif des trous d'Young.

- Justifier le fait qu'il n'y a pas de déphasage entre les ondes parvenant en  $S_1$  et  $S_2$ .
- Calculer l'expression de la différence de marche  $\Delta$  au point  $M$  entre le trajet (2) et le trajet (1) en fonction de  $D$ ,  $a$ ,  $x$  (faire la démonstration avec les hypothèses données ci-dessus :  $D \gg a$  et  $D \gg x$ ).
- En déduire le déphasage en  $M$  entre l'onde provenant de  $S_1$  et l'onde provenant de  $S_2$ .
- En déduire l'intensité au point  $M$  (justifier).
- Décrire la figure d'interférences observée sur l'écran.
- Déterminer l'expression de l'interfrange et le calculer avec :  $\lambda = 656,3 \text{ nm}$ ,  $a = 0,25 \text{ mm}$  et  $D = 1 \text{ m}$  et  $L = 10 \text{ cm}$ .  
Réponse :  $i = 2,6 \text{ mm}$
- fbis) Avec vos mesures du TP1, calculer la distance entre les fentes doubles que vous avez utilisées. Vérifier avec la spécification constructeur.
- g) Expliquer comment grâce à ce dispositif, Thomas Young (1773-1829) a pu mesurer pour la première fois des longueurs d'onde de radiation lumineuse.

#### 4. Les trous d'Young pour mesurer une lame de faible épaisseur

On reprend le dispositif des trous d'Young décrit et étudié dans l'exercice précédent et on insère après  $S_1$  une lame très fine de verre en BK7 dont on veut mesurer l'épaisseur  $e$  (fig.9). Le BK7 est un verre classiquement utilisé pour réaliser des composants optiques comme les lentilles. Son indice est très bien connu :  $n = 1,51673$ .

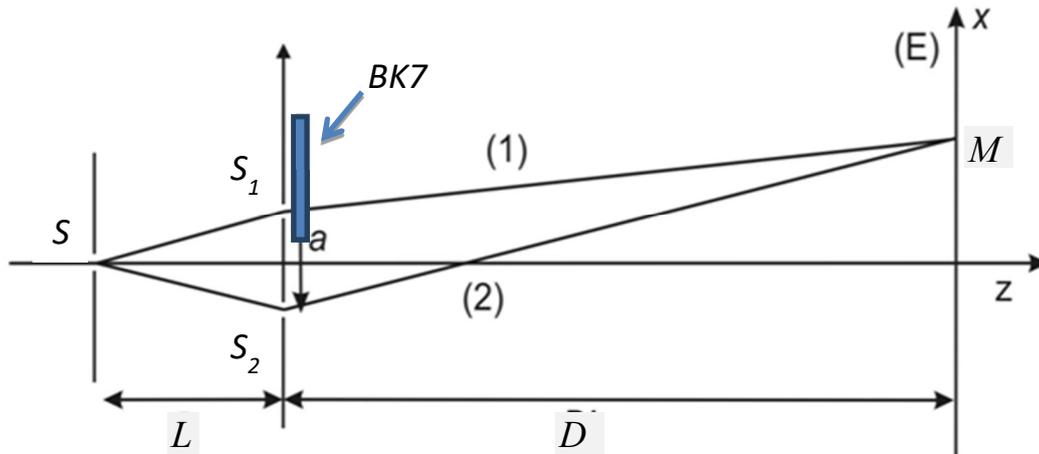


Figure 9 - Schéma du dispositif des trous d'Young avec une lame en BK7 insérée devant  $S_1$ .

- Calculer la nouvelle différence de marche  $\Delta'$  en  $M$  entre l'onde provenant de  $S_1$  et l'onde provenant de  $S_2$ .
- En déduire le déphasage.
- Calculer l'expression de l'intensité lumineuse en  $M$  (faire la démonstration en partant de l'expression des champs lumineux).
- Calculer le nouvel interfrange et comparer avec celui de l'exercice précédent.
- Montrer que la frange centrale se déplace et indiquer dans quel sens.
- Expérimentalement, comment faire pour repérer le déplacement de la frange centrale ?
- Sachant que la frange centrale s'est déplacée de 15,28 mm en déduire l'épaisseur de la lame de verre.
- Le déplacement de la frange centrale est mesuré avec un pied à coulisse dont la précision est de 0,02 mm. Quelle est la précision sur la mesure d'épaisseur ? Conclure sur l'efficacité de cette technique.

Réponse :  $e = 7,39 \pm 0,01 \mu\text{m}$ .

## 5. Interférences avec un coin d'air

On considère deux surfaces semi-réfléchissantes  $M_1$  et  $M_2$  qui forment un angle  $\alpha$  très faible (fig.10). Le dispositif est éclairé par une source lumineuse monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , émettant un faisceau de lumière quasi-parallèle en incidence proche de la normale sur les miroirs. La détection lumineuse se fait du même côté que celui de la source (en réflexion).

- a) Sur un schéma, faire apparaître les rayons qui interfèrent (on exagérera l'angle  $\alpha$  et l'angle d'incidence sur le schéma, pour plus de clarté).
- b) Où sont localisées les interférences ?

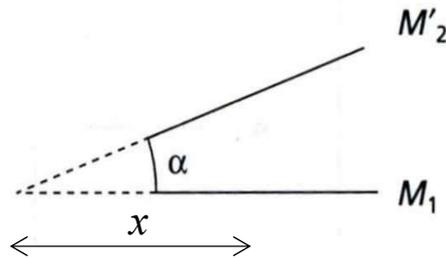


Figure 10 - Schéma du coin d'air.  $x$  représente la distance au point d'intersection fictif des surfaces semi-réfléchissantes. En pratique l'angle  $\alpha$  est très faible.

- c) Déterminer l'expression de la différence de marche entre les rayons qui interfèrent lorsque le dispositif est éclairé sous incidence quasi-normale.

Dans toute la suite on suppose que les 2 ondes qui interfèrent ont la même intensité (expérimentalement, cela peut être réalisé avec un interféromètre de Michelson.).

- d) En déduire l'expression de l'intensité résultant de ces interférences.
- e) Expliquer pourquoi la figure d'interférences est appelée "franges d'égale épaisseur".
- f) Déterminer l'expression de l'interfrange.
- g) En lumière monochromatique à  $\lambda = 546 \text{ nm}$  (raie verte du mercure), on observe 20 franges sur toute la largeur des miroirs. Sachant que les miroirs mesurent  $d = 1 \text{ cm}$  de diamètre, calculer la valeur de l'angle  $\alpha$  en minutes d'angle. Commenter la valeur obtenue.

## 6. lame d'air à faces parallèles

On considère 2 surfaces semi-réfléchissantes parallèles entre elles, séparées par une épaisseur  $e$  d'air (fig.11). Ce dispositif est éclairé par un faisceau de lumière convergent, donc d'incidence  $\theta$  variable sur les miroirs. On considère dans toute la suite uniquement les rayons lumineux qui subissent une seule réflexion, sur  $M_1$  ou sur  $M_2$ . La détection lumineuse se fait du même côté que celui de la source (en réflexion).

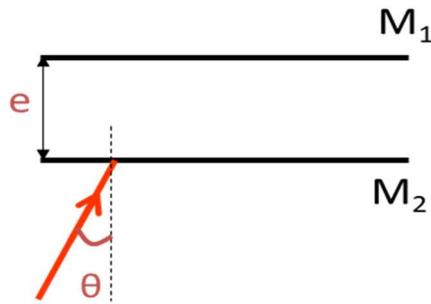


Figure 11 - lame d'air à face parallèle d'épaisseur  $e$ , éclairée sous l'angle d'incidence  $\theta$ .

- Sur un schéma, représenter la lame d'air et les rayons qui interfèrent.
- Où sont localisées les interférences ?
- Démontrer que la différence de marche s'écrit :

$$\Delta = 2e \cos(\theta)$$

où  $\theta$  est l'angle d'incidence de l'onde considérée sur la lame d'air .

- On suppose ici que les 2 ondes qui interfèrent ont la même intensité (expérimentalement, cela peut être réalisé avec un interféromètre de Michelson avec des miroirs rigoureusement perpendiculaires entre eux). Donner l'expression de l'intensité résultante de ces interférences.
- Expliquer pourquoi la figure d'interférences est composée d'anneaux, appelés "anneaux d'égalé inclinaison".

## 7. Réflexion sur une tache d'huile

Une goutte d'huile est déposée sur une flaque d'eau. Elle s'étale en surface et forme une mince couche dont on supposera l'épaisseur  $e$  constante. L'indice de réfraction de l'huile est  $n_h = 1,5$ , supérieur à celui de l'eau  $n_e = 1,3$ . Un observateur regarde un reflet du soleil, en se plaçant quasiment à la verticale de cette flaque. Il observe une teinte magenta.

Pour étudier ce phénomène, on considérera uniquement les interférences entre une onde réfléchie sur l'interface air/huile et l'autre sur l'interface huile/eau. On note  $\lambda_0$  la longueur d'onde de la lumière dans l'air.

- Représenter sur une figure les deux ondes qui interfèrent.
- Expliquer pourquoi la "formule classique" de l'intensité résultante des interférences à deux ondes ne s'applique pas dans ce cas.
- Pour calculer les champs des ondes qui interfèrent, il faut connaître les coefficients de réflexion et de transmission qui dépendent des indices des milieux impliqués. Pour le passage d'un milieu d'indice  $n_1$  vers un milieu d'indice  $n_2$ , les coefficients de réflexion  $r_{12}$  et de transmission  $t_{12}$  sont donnés par :

$$r_{12} = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right| \text{ et } t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

Calculer les coefficients de transmission et réflexion pour le dioptre air/huile ( $r_{ah}$  et  $t_{ah}$ ), le dioptre huile/air ( $r_{ha}$  et  $t_{ha}$ ) et le dioptre huile/eau ( $r_{he}$  et  $t_{he}$ ).

d) Calculer le champ total résultant des deux ondes qui interfèrent. On notera  $E_0$  le champ incident.

e) En déduire l'expression de l'intensité et comparer avec la "formule classique".

f) Calculer le contraste.

g) Ecrire la condition d'interférences destructives, en fonction de la longueur d'onde  $\lambda_0$  et de l'épaisseur  $e$  de la tache d'huile.

h) Expliquer pourquoi le reflet est coloré.

i) Sachant que le magenta est la teinte complémentaire du vert ( $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$ ), estimer l'épaisseur  $e$  minimale de la couche d'huile donnant cette teinte. Commenter.

*Réponse :  $e_{min} = 92 \text{ nm}$ .*

## TD3 : Interférences à ondes multiples (Réseaux)

### 1. Questions de cours

- a) Donner la relation fondamentale des réseaux et définir l'ordre de diffraction.
- b) Lorsqu'on éclaire un réseau avec une lumière polychromatique, comment repère-t-on l'ordre 0 de diffraction ?
- c) Quelle est la couleur la plus diffractée par un réseau ? Justifier.

### 2. Vrai ou faux ?

Justifier votre réponse. Lorsque l'affirmation est fausse, la corriger.

- a) Un réseau de 100 traits/mm possède un pas de 1 cm.
- b) Un réseau de 100 traits/mm est moins diffractant qu'un réseau de 600 traits/mm.

### 3. Application des réseaux à la spectroscopie : Mesure de longueur d'onde

Un réseau de 100 traits/mm est éclairé par une lampe à vapeur de mercure (Hg) sous incidence normale par un faisceau de lumière parallèle. On observe la lumière transmise par le réseau sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale  $f' = 30$  cm.

- a) Donner la relation entre la direction repérée par l'angle  $\theta_m$  de l'ordre  $m$ , le pas  $a$  du réseau et la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière.
- b) On note  $x$  la position du premier ordre ( $m = 1$ ) observé sur l'écran, repérée par rapport à celle de l'ordre central ( $m = 0$ ). Faire un schéma et donner la relation entre la position  $x$  et l'angle  $\theta_1$  (ne pas faire l'approximation des petits angles).
- c) En déduire l'expression suivante donnant la position du premier ordre  $x$  :

$$x = \frac{\lambda f'}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}}$$

On pourra pour cela utiliser la relation suivante :

$$\tan(z) = \frac{\sin(z)}{\sqrt{1 - \sin^2(z)}}$$

- d) Comment ce système peut-il constituer un spectromètre ?
- e) On observe dans l'ordre 1 une tache distante de  $x = 16,5$  mm de l'ordre 0. En déduire la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière qui crée cette tache.
- f) Calculer l'incertitude de mesure de  $\lambda$  en supposant qu'elle est limitée par la mesure de la position  $x$ , réalisée avec une incertitude de 0,1 mm (pour ce calcul, utiliser l'approximation  $x \ll f'$ ). Commenter. *Réponse :  $u(\lambda) = 3$  nm.*

## TD4 : Diffraction

### 1. Questions de cours

- a) Donner la formule définissant le carré de la fonction "sinus cardinal " et tracer son allure. Indiquer la position des minimums de la fonction.
- b) Définir la limite de résolution.
- c) Qu'est ce qui limite la résolution angulaire des télescopes ?

### 2. Vrai ou faux ?

Justifier votre réponse. Lorsque l'affirmation est fausse, la corriger.

- a) Le phénomène de diffraction s'explique par un phénomène d'interférences.
- b) Dans une figure de diffraction par une fente, toutes les tâches sont de même largeur.

### 3. Exercice de cours : Diffraction par une fente pas à pas...

On considère le dispositif représenté sur la figure 12. Une source  $S$  située sur l'axe optique dans le plan focal objet d'une lentille éclaire une fente horizontale également centrée sur l'axe optique.  $S$  est une source ponctuelle, monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . On note  $a$  la largeur de la fente (dans la direction  $Ox$ ). On considérera que la dimension de la fente dans l'autre direction est infinie.

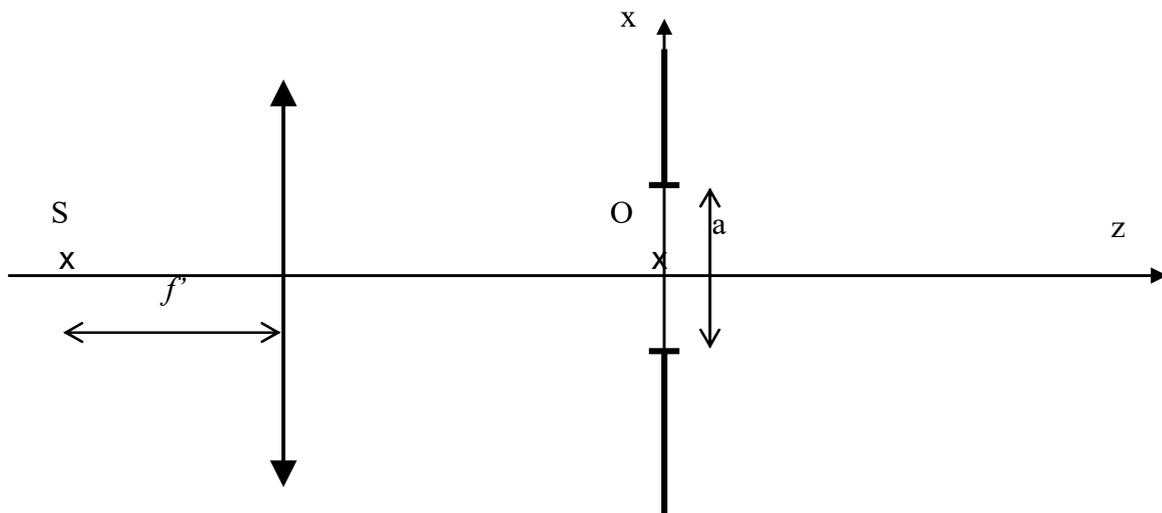


Figure 12 - Dispositif expérimental pour illuminer une fente avec une lumière collimatée.

- a) Expliquer pourquoi la lumière arrivant sur la fente est composée de rayons parallèles à l'axe optique.
- b) On veut étudier l'intensité transmise par la fente en observant sa répartition sur un écran situé à l'infini par rapport à la fente. Pour calculer l'intensité on considère la fente comme une

somme de fentes infinitésimales d'épaisseur  $dx$ . Chacune de ces fentes infinitésimales va ré-émittre des ondes cohérentes dans toutes les directions caractérisées par l'angle  $\theta$  (fig.13). Ces ondes vont donc interférer.

Ici, il n'a pas lieu de faire l'approximation des petits angles.

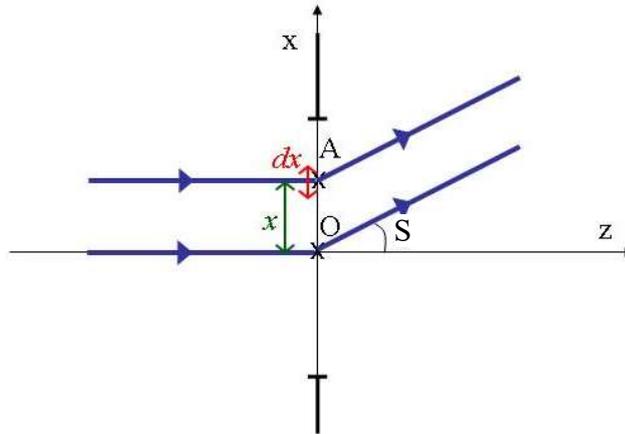


Figure 13 - La figure de diffraction résulte de l'interférence entre les fentes infinitésimales de largeur  $dx$ . La direction d'observation est caractérisée par l'angle  $\theta$ .

- i. Calculer le déphasage entre les 2 ondes diffractées dans la direction  $\theta$ , émises par les fentes infinitésimales situées au point  $O$  et au point  $A$  repéré par l'abscisse  $x$ .
- ii. En utilisant le théorème de superposition des champs, écrire sous forme intégrale le champ total  $E_T(\theta)$  diffracté dans la direction  $\theta$  par l'ensemble de la fente. On considérera que l'amplitude du champ pour une fente infinitésimale est proportionnelle à sa largeur  $dx$ , on notera  $K$  cette constante de proportionnalité.
- iii. Calculer cette intégrale pour démontrer que  $E_T(\theta)$  peut s'écrire :

$$E_T(\theta) = K \times a \times \frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}} \cos(\omega t)$$

On définit la fonction "sinus cardinal", notée "sinc" par :  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$

Ainsi l'équation se ré-écrit :

$$E_T(\theta) = K \times a \times \text{sinc}\left(\frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}\right) \cos(\omega t)$$

- iv. En déduire que l'intensité diffractée par une fente de largeur  $a$  dans la direction  $\theta$  s'écrit :

$$I(\theta) = I_0 \left( \text{sinc}\left(\frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}\right) \right)^2$$

Donner l'expression de  $I_0$  en fonction des données du problème.

c) On va maintenant étudier la figure de diffraction reliée à l'expression de l'intensité.

- i. A l'aide d'une calculatrice graphique, tracer l'allure de l'intensité en fonction de  $\sin \theta$ . Faire le lien avec la figure de diffraction observée sur l'écran (fig.14).

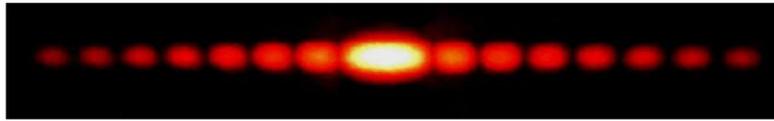


Figure 14 - Figure de diffraction par une fente observée à l'infini.

Source : <http://physique-eea.ujf-grenoble.fr>

- ii. Quelle est la valeur maximale de l'intensité ? Quelle est la valeur du maximum secondaire ?
- iii. Déterminer les valeurs de  $\sin \theta$  qui annulent l'intensité.
- iv. On observe la figure de diffraction sur un écran situé à une distance  $D$  de la fente ( $D \gg a$  et  $D \gg \lambda$ ). Calculer la largeur de la tâche centrale de diffraction et celle des taches secondaires observées sur l'écran. Exprimer le résultat en fonction de  $\lambda$ ,  $a$  et  $D$ . Pour cette question, faire l'approximation des petits angles.

#### 4. Fentes d'Young avec des fentes fines

On envoie un faisceau laser de longueur d'onde  $\lambda = 632,8$  nm sur deux fentes verticales fines, identiques de largeur  $b$ , espacées d'une distance  $a$ . Sur un écran situé à une distance  $D = 1$  m, on observe la figure 15.

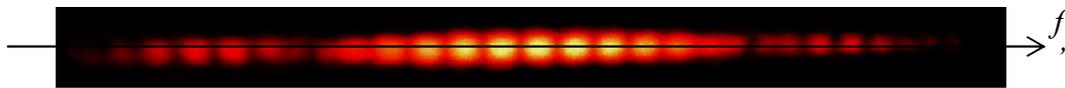


Figure 15 - Observation de l'intensité transmise par deux fentes fines sur un écran situé à  $D = 1$  m. Echelle 2:1. Source : <http://physique-eea.ujf-grenoble.fr>

- a) Expliquer phénoménologiquement la figure observée.
- b) On appelle  $x$  l'axe de symétrie de l'image observée sur l'écran (fig.15). Dans quelle direction se trouve cet axe par rapport aux deux fentes ? Faire un schéma.
- c) Justifier l'expression suivante de l'intensité lumineuse sur l'écran  $D$  :

$$I(x) = 4I_0 \times \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b x}{\lambda D}\right) \times \cos^2\left(\frac{\pi a x}{\lambda D}\right)$$

On ne demande pas de démonstration détaillée.

- d) Largeur des fentes :

- i. A partir de l'équation précédente démontrer la relation entre la largeur de la tâche centrale et la largeur des fentes  $b$ .
- ii. En déduire la largeur des fentes utilisées pour obtenir la figure d'interférences reproduite à l'échelle 2:1 sur la figure 15.

e) Espacement entre les fentes :

- i. A partir de l'équation précédente démontrer la relation entre l'interfrange et la distance  $a$  entre les fentes.
- ii. En déduire la distance entre les fentes qui correspond à la figure d'interférences de la figure 15.

### 5. Limite de résolution - Critère de Rayleigh

Le diamètre de la pupille de l'œil est en moyenne de 3 mm pour un éclairage standard. La distance entre les cellules de la rétine (bâtonnets ou cônes) est de  $3 \mu\text{m}$ . On considérera que la longueur d'onde de la lumière est  $\lambda = 550 \text{ nm}$ .

- a) Qu'est-ce qui limite la résolution de l'œil : le phénomène de diffraction ou la dimension des cellules ? On considérera que la distance focale de l'œil est de 17 mm.
- b) La dimension de la pupille peut varier de 1 mm à 8 mm selon l'éclairage. Qu'en est-il alors de la limite de résolution de l'œil ?
- c) Le peintre Seurat utilisait une technique de représentation consistant en la juxtaposition de petites touches de couleur de diamètre environ 3 mm ("pointillisme", fig.16). Dans les conditions d'éclairage standard à quelle distance doit-on se placer d'un tableau pour ne plus distinguer les points et observer ainsi un fondu des couleurs.

*Réponse : 13 m.*

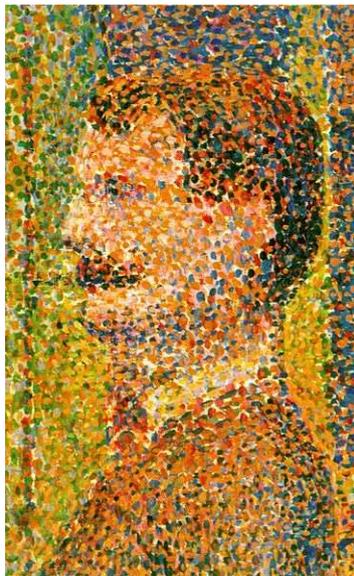


Figure 16 - Autoportrait de Georges Seurat.

- d) La nuit sur une route, à quelle distance maximale peut-on savoir si le véhicule en face est une moto (1 seul phare) ou une voiture (2 phares espacés typiquement de 1,5 m) ?

*Réponse : Entre 2,2 km et 17,8 km selon l'éblouissement et donc la dilatation de la pupille.*