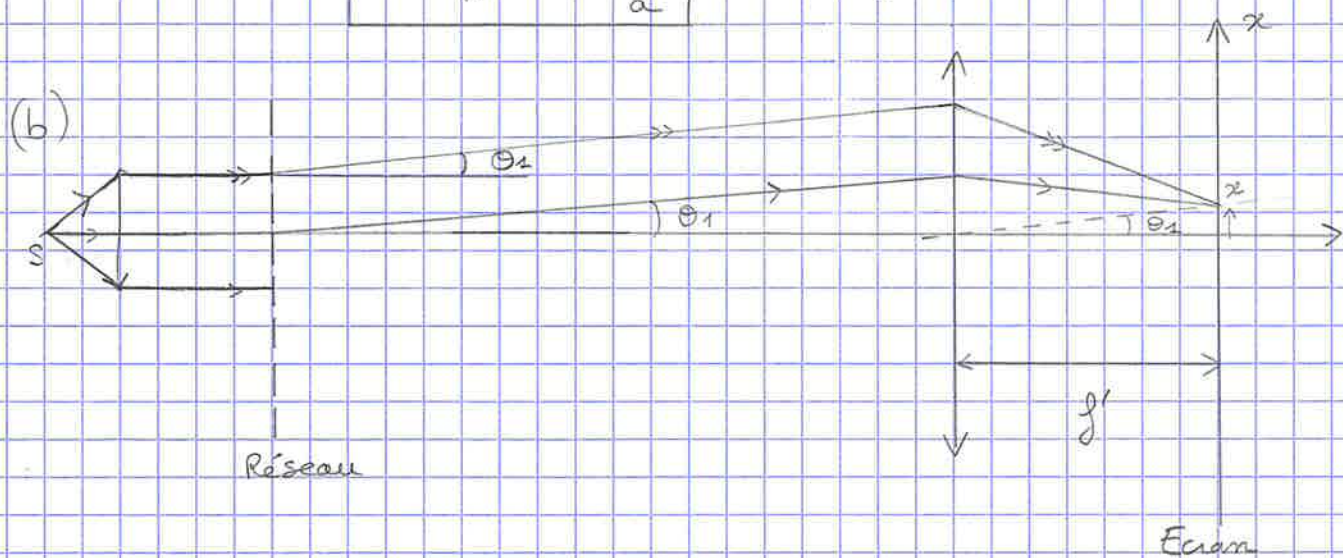


3. Application des réseaux à la spectroscopie = Mesure de Longueur d'onde

(a) La relation entre la direction repérée par Θ_m de l'ordre m , le pas a du réseau et la longueur d'onde λ_0 est:

$$\sin \Theta_m = m \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{car } \Theta_i = 0 \text{ ici}$$



$$\tan \Theta_1 = \frac{x}{f'} \Rightarrow x = f' \tan \Theta_1$$

et $\Theta_1 = \arcsin\left(\frac{\lambda_0}{a}\right)$ d'après la relation des réseaux

$$\Rightarrow x = f' \tan\left(\arcsin\left(\frac{\lambda_0}{a}\right)\right)$$

(et de façon plus générale $x_m = f' \tan\left(\arcsin\left(\frac{m\lambda_0}{a}\right)\right)$)

(c) D'après la relation $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$ on obtient:

$$x = f' \frac{\sin\left(\arcsin\left(\frac{\lambda_0}{a}\right)\right)}{\sqrt{1 - \sin^2\left(\arcsin\left(\frac{\lambda_0}{a}\right)\right)}} = \frac{f' \frac{\lambda_0}{a}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{a}\right)^2}} = \frac{f' \lambda_0}{\sqrt{a^2 - \lambda_0^2}}$$

(d) En mesurant x et connaissant le pas a du réseau et la focale f' de la lentille on peut trouver λ_0 :

$$\text{On a : } x^2(a^2 - \lambda_0^2) = f'^2 \lambda_0^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 x^2 = (f'^2 + x^2) \lambda_0^2$$

$$\Leftrightarrow \lambda_0 = \frac{ax}{\sqrt{f'^2 + x^2}}$$

(e) D'après les données $a = 10,0 \mu\text{m}$ (réseau 10 traits/mm)

et $f' = 30 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{10 \cdot 10^{-6} \times 16,5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{(30 \cdot 10^{-2})^2 + (16,5 \cdot 10^{-3})^2}} = \underline{\underline{549,2 \text{ nm}}}$$

la longueur d'onde $549,2 \text{ nm}$ crée une tache en $x_1 = 16,5 \text{ mm}$.

(p) Avec l'approximation des petits angles on a :

$$x = f' \tan \theta \approx f' \theta \quad \text{et} \quad \sin \theta \approx \theta = \frac{\lambda_0}{a}$$

$$\Rightarrow x = f' \frac{\lambda_0}{a} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{ax}{f'}$$

$$\frac{u(\lambda_0)}{\lambda_0} = \frac{u(x)}{x} = \frac{0,1}{16,5} = \underline{\underline{0,6\%}} < 1\%$$

$\Rightarrow$ c'est assez précis au niveau de l'incertitude relative

$$\underline{u(\lambda_0)} = \lambda_0 \times \frac{u(x)}{x} = \frac{0,6}{100} \times 549,2 = \underline{\underline{3,3 \text{ nm}}}$$

Une incertitude absolue de 3 nm est grande pour un spectromètre

$\Rightarrow$ il faut rendre plus précise la mesure de x avec une
barrette CCD par exemple. (avec des petits pixels $< 10 \mu\text{m}$).