Travaux Dirigés d'Optique Ondulatoire

Sommaire

Contributeurs

Irène Ventrillard : irene.ventrillard@univ-grenoble-alpes.fr
Elodie Bidal: elodie.bidal@univ-grenoble-alpes.fr
Guillaume Bachelier : guillaume.bachelier@univ-grenoble-alpes.fr
Sylvie Zanier, Guillaume Méjean

Rappels de trigonométrie

Le cours d'optique ondulatoire s'appuie sur des prérequis en trigonométrie. Pour vous aider à faire des révisions, voici quelques exercices qui vous serviront dans la suite. Si vous avez du mal à les faire, reportez-vous à des cours de mathématiques et des exercices en ligne.

Et surtout, entrainez-vous !

1. Représentations graphiques

a) Tracez l'allure de la fonction cos (x) en mettant les valeurs remarquables.

b) Tracez l'allure de la fonction $\cos^2(x)$ en mettant les valeurs remarquables.

c) Tracez l'allure de la fonction $\left|\frac{\sin(x)}{x}\right|^2$ en mettant les valeurs remarquables.

2. Simplifiez

Il faut que vous sachiez simplifier les expressions avec les cosinus et sinus qui font intervenir $\pm\pi/2$, connaissiez les valeurs de cosinus et sinus de $\pi/3$ et $\pi/6$. Par exemple :

a) $sin(\frac{\pi}{3}) =$

b) $cos(x + \frac{\pi}{2}) =$

c) $sin(x - \frac{\pi}{2}) =$

3. Démontrez

$$1 + cos\, x = 2\left(cos\frac{x}{2}\right)^2$$

4. Exprimez ou calculez :

a) $\frac{d\cos(\omega t+\phi)}{dt} =$

b) $\frac{d\sin(\omega t+\phi)}{dt} =$

c) $\int_0^T sin(\ \omega t + \phi)dt =$

d) $\int_0^T \cos(\omega t + \varphi)\,dt =$

e) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} =$

f) Quelles sont les valeurs de x qui vérifient cos(x) = 1 ?

g) Quelles sont les valeurs de x qui vérifient $\cos^2(x) = 0$?

TD1 : Bases de l'optique ondulatoire

1. Questions de cours

a) Donnez la relation entre la longueur d'onde dans le vide et la fréquence, puis entre la longueur d'onde dans un milieu d'indice *n* et la fréquence.

b) Quel est l'effet de l'indice optique sur la période spatiale d'une onde (comparée à sa période spatiale dans le vide) ?

c) Donnez l'expression et la direction du vecteur d'onde.

d) Donnez la relation entre l'intensité lumineuse et le champ électrique.

e) Ecrivez l'expression d'une onde plane progressive et monochromatique (OPPM).

f) Calculez l'intensité lumineuse de l'OPPM précédemment exprimée.

g) Démontrez qu'une OPPM ayant une phase $\phi(t,z) = \omega t + kz + \phi_0$ se propage vers les z négatifs.

2. Vrai ou faux ?

Justifiez la réponse. Lorsque l'affirmation est fausse, corrigez-la.

a) Le champ magnétique d'une onde électromagnétique $\vec{B}$ est parallèle au champ électrique $\vec{E}$.

b) Les champs magnétique $\vec{B}$ et électrique $\vec{E}$ d'une onde électromagnétique sont perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde.

c) Un front d'onde est une surface où tous les points sont en phase.

d) Les fréquences typiques du visible sont de l'ordre de 500 kHz.

e) En utilisant un détecteur ultra-rapide (temps de réponse de l'ordre de la dizaine de picosecondes), on peut observer l'oscillation du champ électrique en un point donné.

f) $\langle \vec{E}^2(M,t)\rangle = \left(\langle \vec{E}(M,t)\rangle\right)^2$

3. Casque antibruit actif

Figure 1 - "Bienvenue dans un monde plus calme : Avec les casques QuietComfort, vous êtes réellement coupé du monde et des bruits qui vous entourent. Qu'il s'agisse du ronronnement des réacteurs de l'avion, de l'agitation de la ville ou des bruits du bureau, avec les casques QuietComfort, le bruit passe à l'arrière-plan."(www.bose.fr)

Le bruit peut être considéré comme une somme de sons purs, à fréquence donnée. L'air oscille sous l'impulsion de ces ondes sonores, c'est-à-dire que sa pression varie localement. Le principe du casque antibruit actif consiste à ajouter au bruit un second signal de telle sorte que la surpression de l'air due au bruit coïncide avec la dépression due au son ajouté.

On considérera que l'intensité sonore I est reliée à la moyenne temporelle de l'onde sonore $s(t)$ selon :

$$I = \langle s^2(t) \rangle \qquad (1)^1$$

On considère un bruit composé d'un son pur de fréquence f, d'amplitude b_0 et de phase ϕ.

a) Ecrivez l'expression de l'onde sonore du bruit $b(t)$.

b) Quelle doivent être la fréquence et l'amplitude du second signal sonore $c(t)$ généré par le casque pour annuler ce bruit ? A ce stade on ne fera aucune hypothèse sur la phase de $c(t)$, qu'on notera Ψ. Ecrivez l'expression de $c(t)$.

c) Calculez l'intensité sonore (calculez les valeurs moyennes temporelles) :

- Sans le casque (il n'y a que l'onde du bruit), en fonction de b_0.
- Avec le casque (en considérant $c(t)$), en fonction de b_0, ϕ et Ψ.
- Etudiez les cas où les deux ondes sont en phase ou en opposition de phase.

d) Concluez quant au principe du casque antibruit actif.

e) Quels éléments composent un casque à compensation de bruit ?

[1] En fait l'intensité sonore est proportionnelle à la quantité $\langle s^2(t) \rangle$.

TD2 : Interférences à 2 ondes

1. Questions de cours

a) On considère deux ondes :

$$E_1(t) = E_0 cos(\omega t)$$
$$E_2(t) = E_0 cos(\omega t + \phi)$$

On suppose $0 < \phi < \pi$, quelle est l'onde qui est en avance ?

b) Donnez la relation entre la différence de marche optique et le déphasage dû à la propagation.

c) Sous quelle(s) condition(s) peut-on écrire l'intensité résultante d'une interférence à deux ondes sous la forme : $I = 2I_0(1 + \cos(\Delta\phi))$

d) A quoi est liée la différence de phase $\Delta\phi$ dans l'équation précédente ?

2. Vrai ou faux ?

Justifiez votre réponse. Lorsque l'affirmation est fausse, corrigez-la.

a) Le chemin optique dépend de l'indice optique.

b) Deux sources de longueurs d'ondes différentes peuvent interférer.

c) Deux sources indépendantes peuvent être mutuellement cohérentes.

d) Le déphasage entre deux ondes provenant de deux sources dépend uniquement du chemin parcouru par les ondes depuis leur source respective.

e) L'interfrange ne dépend pas de la longueur d'onde.

f) On considère l'expérience des trous d'Young :
i. Les franges d'interférences sont parallèles à (S_1S_2).
ii. L'interfrange entre deux franges brillantes est différent de l'interfrange entre deux franges sombres.
iii. On n'observe aucune figure d'interférence en lumière blanche.

g) On considère le dispositif interférentiel de Michelson :
i. Les anneaux s'obtiennent en configuration « lame d'air » (miroirs rigoureusement perpendiculaires).
ii. Les franges rectilignes s'obtiennent en configuration « coin d'air ».
iii. Les franges rectilignes sont localisées à l'infini.

3. Exercice préparatoire : différence de marche optique introduite par une lentille

Soit une lentille mince convergente dans l'air, éclairée par une source ponctuelle placée en A dans le plan focal objet, hors du foyer objet F (fig.1).

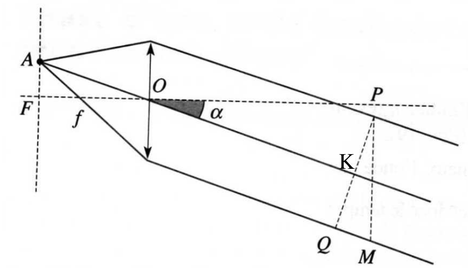

Figure 1 - Source ponctuelle située dans le plan focal d'une lentille convergente.

a) Justifiez le tracé des rayons émergeants.

b) Que pouvez-vous dire de la phase des points P, K et Q ?

c) Déterminez l'expression de la différence de marche ΔL entre les points Q et M en fonction de la distance QP et de l'angle α.

d) Déduisez-en le déphasage $\Delta\phi$ correspondant entre les points P et M.

e) Une impulsion lumineuse très brève émise au point A arrive à $t = t_0$ au point Q. A quel instant t_1 arrivera-t-elle au point M ?

4. Exercice de cours : Les trous d'Young pas à pas...

On considère le dispositif des trous d'Young : deux trous de même dimension S_1 et S_2 distants de a = 0,25 mm font face à un troisième trou S, située sur la médiatrice de S_1S_2 à une distance L. Le premier trou S est éclairé par une source monochromatique de longueur d'onde λ = 656,5 nm. On suppose qu'il réémet cette onde dans toutes les directions. On observe la figure d'interférences produite sur un écran (E) situé à la distance D = 1 m des trous S_1 et S_2. On note x la distance à l'axe du point M de l'écran. Les distances D et L sont très grandes par rapport à a et x, ce qui n'est pas pris en compte sur la figure 2.

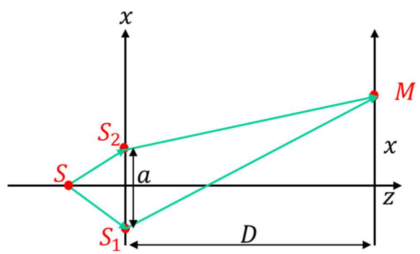

Figure 2 - Schéma du dispositif des trous d'Young.

a) Justifiez le fait qu'il n'y a pas de déphasage entre les ondes parvenant en S_1 et S_2.

b) En utilisant Pythagore, calculez les expressions de S_1M et S_2M et déduisez-en la différence de marche ΔL au point M en fonction de D, a et x.

c) Sachant que $\sqrt{1+y} \approx 1 + y/2$ pour $y \ll 1$ montrer que $\Delta L = \frac{ax}{D}$ en considérant que $a \ll x \ll D$.

d) Déduisez-en le déphasage $\Delta\phi$ en M entre l'onde provenant de S_1 et celle provenant de S_2.

e) Donnez en la justifiant l'expression de l'intensité au point M.

f) Tracez et décrivez la figure d'interférence observée sur l'écran.

g) Déterminez l'expression de l'interfrange et calculez-le.

h) Expliquez comment grâce à ce dispositif, Thomas Young (1773-1829) a pu mesurer pour la première fois des longueurs d'onde de radiation lumineuse.

Réponse : i = 2,6mm

5. Cohérence temporelle – Modélisation des interférences en lumière blanche

L'objectif de cet exercice est d'expliquer le phénomène d'interférences en lumière blanche. On utilisera un tableur pour simuler l'intensité lumineuse à la sortie du dispositif des trous d'Young précédemment étudié (on conservera les variables définies dans l'exercice précédent). On considère cette fois que le dispositif est éclairé par un source « blanche » émettant selon trois longueurs d'onde : bleu, vert et rouge.

a) Intensité lumineuse en lumière monochromatique :
   i. Donnez l'expression de l'intensité lumineuse qui permet de décrire la figure d'interférences créée par le dispositif des trous d'Young et observée sur un écran. Donnez le sens de chacune des grandeurs qui intervient dans cette expression.
   ii. A l'aide d'un tableur, tracez l'intensité lumineuse observée avec comme source un laser rouge.
   iii. Tracez les intensités qui seraient observées avec un laser vert puis un laser bleu.

b) Tracez l'intensité lumineuse correspondant à une source polychromatique contenant du bleu, du vert et du rouge.

c) Analyses :
   i. A partir de ces simulations, expliquez pourquoi avec une source de lumière blanche on observe des interférences.
   ii. Est-il correct de dire que "2 ondes de longueur d'onde différentes interfèrent" ?
   iii. Expliquez le phénomène de brouillage et faites le lien avec la notion de cohérence temporelle étudiée en cours.

6. Les trous d'Young pour mesurer une lame de faible épaisseur

On reprend le dispositif des trous d'Young décrit et étudié dans l'exercice précédent et on insère après S_1 une lame très fine de verre en $BK7$ dont on veut mesurer l'épaisseur e (fig.3). Le $BK7$ est un verre classiquement utilisé pour réaliser des composants optiques comme les lentilles. Son indice est très bien connu : $n = 1{,}51673$.

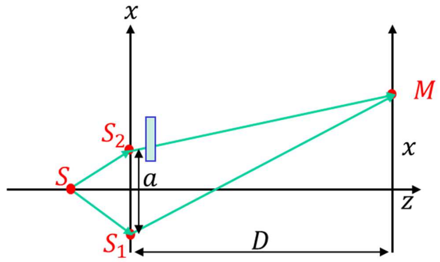

Figure 3 - Schéma du dispositif des trous d'Young avec une lame en $BK7$ insérée devant S_1.

a) Calculez la nouvelle différence de marche Δ' en M entre l'onde provenant de S_1 et l'onde provenant de S_2.
b) Déduisez-en le déphasage.
c) Calculez l'expression de l'intensité lumineuse en M (faites la démonstration en partant de l'expression des champs lumineux).
d) Calculez le nouvel interfrange et comparez avec celui de l'exercice précédent.
e) Montrez que la frange centrale se déplace et indiquez dans quel sens.
f) Expérimentalement, comment faire pour repérer le déplacement de la frange centrale ?
g) Sachant que la frange centrale s'est déplacée de 15,28 mm déduisez-en l'épaisseur de la lame de verre.
h) Le déplacement de la frange centrale est mesuré avec un pied à coulisse dont la précision est de 0,02 mm. Quelle est la précision sur la mesure d'épaisseur ? Concluez sur l'efficacité de cette technique.

Réponse : e = 7,39 ±0,01 µm.

7. Interférences avec un coin d'air

On considère deux surfaces semi-réfléchissantes M_1 et M'_2 qui forment un angle α très faible (fig.4). Le dispositif est éclairé par une source lumineuse monochromatique de longueur d'onde λ, émettant un faisceau de lumière quasi-parallèle en incidence proche de la normale sur les miroirs. La détection lumineuse se fait du même côté que celui de la source (en réflexion).

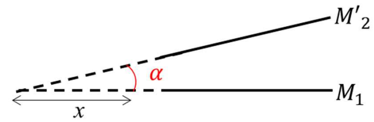

Figure 4 - Schéma du coin d'air. x représente la distance au point d'intersection fictif des surfaces semi-réfléchissantes. En pratique l'angle α est très faible.

a) Sur un schéma, construisez les rayons réfléchis par les deux miroirs (pour plus de clarté on exagérera l'angle α et l'angle d'incidence sur le schéma).

b) Ce sont ces rayons réfléchis qui interfèrent. D'où semblent provenir ces deux rayons (prolongez-les par des traits pointillés) ? Déduisez-en la localisation des franges. Comment fait-on pour les observer ?

c) Déterminez l'expression de la différence de marche entre les rayons qui interfèrent lorsque le dispositif est éclairé sous incidence quasi-normale.

d) On suppose ici que les 2 ondes qui interfèrent ont la même intensité (expérimentalement, cela peut être réalisé avec un interféromètre de Michelson avec des miroirs <u>non</u> perpendiculaires entre eux). Donnez l'expression de l'intensité résultante de ces interférences.

e) Expliquez pourquoi la figure d'interférences est appelée "franges d'égale épaisseur". Quelle est la forme de ces franges observées ?

f) Déterminer l'expression de l'interfrange.

g) En lumière monochromatique à $\lambda = 546$ nm (raie verte du mercure), on observe 20 franges sur toute la largeur des miroirs. Sachant que les miroirs mesurent $d = 1$ cm de diamètre, calculer la valeur de l'angle α en minutes d'angle. Commentez la valeur obtenue.

h) En lumière polychromatique, on observe la figure d'interférences représentée sur la figure 5. Expliquez l'effet de la cohérence temporelle de la source. Pourquoi la frange centrale est-elle blanche ?

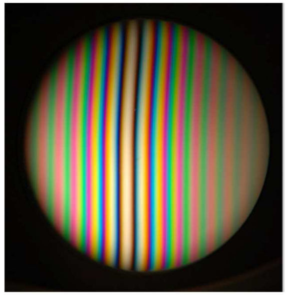

Figure 5 – Figure d'interférences obtenue avec un Michelson réglé en « coin d'air » et éclairé par une source de lumière blanche (cf. TP).

8. Lame d'air à faces parallèles

On considère 2 surfaces semi-réfléchissantes parallèles entre elles, séparées par une épaisseur e d'air (fig.6). Ce dispositif est éclairé par un faisceau de lumière convergent, donc d'incidence i variable sur les miroirs. On considère dans toute la suite uniquement les rayons lumineux qui subissent une seule réflexion, sur M_1 ou sur M'_2. La détection lumineuse se fait du même côté que celui de la source (en réflexion).

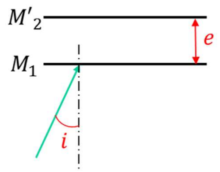

Figure 6 - Lame d'air à face parallèle d'épaisseur e, éclairée sous l'angle d'incidence i.

a) Sur un schéma, représentez la lame d'air et les rayons qui interfèrent.

b) D'où semblent provenir ces rayons ? Déduisez-en où sont localisées les franges d'interférence ? Comment fait-on pour les observer ?

c) Démontrez que la différence de marche s'écrit :

$$\Delta L = 2e\,cos(i)$$

Où i est l'angle d'incidence de l'onde considérée sur la lame d'air .

d) On suppose ici que les 2 ondes qui interfèrent ont la même intensité (expérimentalement, cela peut être réalisé avec un interféromètre de Michelson avec des miroirs rigoureusement perpendiculaires entre eux). Donnez l'expression de l'intensité résultante de ces interférences.

e) Expliquez pourquoi la figure d'interférences est composée d'anneaux, appelés "anneaux d'égale inclinaison" (fig.7).

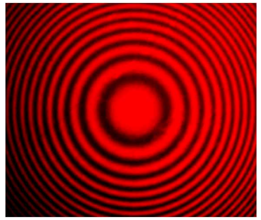

Figure 7 - Figure d'interférences obtenue avec un Michelson réglé en « lame d'air à faces parallèles » et éclairé par une source de lumière monochromatique (cf. TP).

9. Réflexion sur une tache d'huile

Une goutte d'huile est déposée sur une flaque d'eau. Elle s'étale en surface et forme une mince couche dont on supposera l'épaisseur e constante. L'indice de réfraction de l'huile est n_h = 1,5, supérieur à celui de l'eau n_e = 1,3. Un observateur regarde un reflet du soleil, en se plaçant quasiment à la verticale de cette flaque. Il observe une teinte magenta.
Pour étudier ce phénomène, on considérera uniquement les interférences entre une onde réfléchie sur l'interface air/huile et l'autre sur l'interface huile/eau. On note λ_0 la longueur d'onde de la lumière dans l'air.

a) Représentez sur une figure les deux ondes qui interfèrent.

b) Expliquez pourquoi la "formule classique" de l'intensité résultante des interférences à deux ondes ne s'applique pas dans ce cas.

c) Pour calculer les champs des ondes qui interfèrent, il faut connaître les coefficients de réflexion et de transmission qui dépendent des indices des milieux impliqués. Pour le passage d'un milieu d'indice n_1 vers un milieu d'indice n_2, les coefficients de réflexion r_{12} et de transmission t_{12} sont donnés par :

$$r_{12} = \left|\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right| \text{ et } t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

Calculez les coefficients de transmission et réflexion pour le dioptre air/huile (r_{ah} et t_{ah}), le dioptre huile/air (r_{ha} et t_{ha}) et le dioptre huile/eau (r_{he} et t_{he}).

d) Calculez le champ total résultant des deux ondes qui interfèrent. On notera λ_0 le champ incident.

e) Déduisez-en l'expression de l'intensité et comparez avec la "formule classique".

f) Calculez le contraste.

g) Ecrivez la condition d'interférences destructives, en fonction de la longueur d'onde λ_0 et de l'épaisseur e de la tache d'huile.

h) Expliquez pourquoi le reflet est coloré.

i) Sachant que le magenta est la teinte complémentaire du vert ($\lambda_0 = 550$ nm), estimez l'épaisseur e minimale de la couche d'huile donnant cette teinte. Commentez.

Réponse : e_{min} = 183 nm.

i) La figure 8 montre une tache d'huile sur un flaque d'eau. Comment expliquez-vous la multitude des couleurs observées ?

Figure 8 – Tache d'huile sur une flaque d'eau.

TD3 : Interférences à ondes multiples (Réseaux)

1. Questions de cours

a) Donnez la relation fondamentale des réseaux et définissez l'ordre de diffraction.

b) Lorsqu'on éclaire un réseau avec une lumière polychromatique, comment repère-t-on l'ordre 0 de diffraction ?

c) Quelle est la couleur la plus diffractée par un réseau ? Justifiez.

2. Vrai ou faux ?

Justifier votre réponse. Lorsque l'affirmation est fausse, la corriger.

a) Un réseau de 100 traits/mm possède un pas de 1 cm.

b) Un réseau de 100 traits/mm est moins diffractant qu'un réseau de 600 traits/mm.

3. Application des réseaux à la spectroscopie : Mesure de longueur d'onde

Un réseau de 100 traits/mm est éclairé par une lampe à vapeur de mercure (Hg) sous incidence normale par un faisceau de lumière parallèle. On observe la lumière transmise par le réseau sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale $f' = 30$ cm (fig.1).

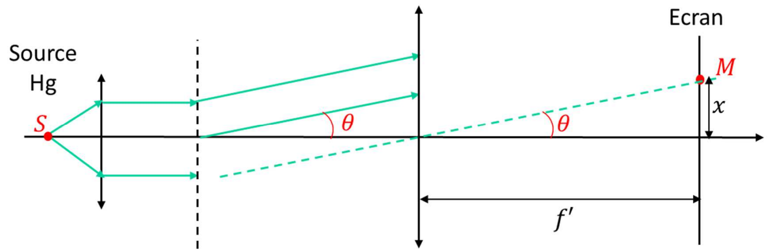

Figure 1 – Schéma du dispositif expérimental permettant d'observer la diffraction par un réseau.

a) Donnez la relation entre la direction repérée par l'angle θ_m de l'ordre m, le pas a du réseau et la longueur d'onde λ_0 de la lumière.

b) On note x la position du premier ordre ($m = 1$) observé sur l'écran, repérée par rapport à celle de l'ordre central ($m = 0$). Faites un schéma et donnez la relation entre la position x et l'angle θ_1 (ne faites pas l'approximation des petits angles).

c) Déduisez-en l'expression suivante donnant la position du premier ordre x :

$$x = \frac{\lambda_0 f'}{\sqrt{a^2 - {\lambda_0}^2}}$$

On pourra pour cela utiliser la relation suivante :

$$\tan(z) = \frac{\sin(z)}{\sqrt{1 - sin^2(z)}}$$

d) Comment ce système peut-il constituer un spectromètre ?

e) On observe dans l'ordre 1 une tache distante de x = 16,5mm de l'ordre 0. Déduisez-en la longueur d'onde λ_0 de la lumière qui crée cette tâche.

f) Calculez l'incertitude de mesure de λ_0 en supposant qu'elle est limitée par la mesure de la position x, réalisée avec une incertitude de 0,1 mm (pour ce calcul, utilisez l'approximation $x <\, < f'$). Commentez.

Réponse : u(λ) = 3nm.

TD4 : Diffraction

1. Questions de cours

a) Donnez la formule définissant le carré de la fonction "sinus cardinal " et tracez son allure. Indiquer la position des minima de la fonction.

b) Quel lien existe-t-il entre diffraction et interférences ?

c) Où observe-t-on la figure de diffraction de Fraunhofer ? Quels sont les montages expérimentaux associés ?

d) Définir la limite de résolution (critère de Rayleigh).

Définir la limite de résolution.

e) Qu'est ce qui limite la résolution angulaire des télescopes ?

2. Vrai ou faux ?

Justifiez votre réponse. Lorsque l'affirmation est fausse, corrigez-la.

a) Le phénomène de diffraction s'explique par un phénomène d'interférences.

b) Dans une figure de diffraction par une fente, toutes les tâches sont de même largeur.

c) Pour un télescope réflectif, plus le diamètre du miroir principal est grand, plus la résolution est bonne.

d) S'il y a plusieurs fentes, la figure de diffraction d'une fente est modulée par la figure d'interférence.

3. Exercice de cours : Diffraction par une fente pas à pas...

On considère le dispositif expérimental représenté ci-dessous (fig.1). Un laser monochromatique de longueur d'onde λ_0 éclaire de manière uniforme une fente de largeur a centrée en O. La figure de diffraction est observée sur un écran positionné à grande distance $\frac{a}{D}\frac{a}{\lambda} \ll 1$ pour être dans les conditions de Fraunhofer.

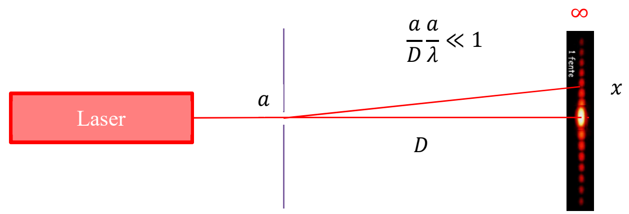

Figure 1 – Schéma du dispositif expérimental permettant d'observer la diffraction par une fente

a) On veut étudier l'intensité transmise par la fente en observant sa répartition sur un écran situé à l'infini par rapport à la fente. Pour calculer l'intensité on considère la fente comme une somme de fentes infinitésimales d'épaisseur dx. Chacune de ces fentes infinitésimales va ré-émettre des ondes cohérentes dans toutes les directions caractérisées par l'angle θ (fig.2). Ces ondes vont donc interférer.

Ici, il n'a pas lieu de faire l'approximation des petits angles.

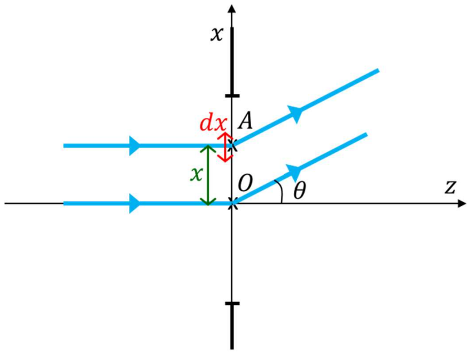

Figure 2 - La figure de diffraction résulte de l'interférence entre les fentes infinitésimales de largeur dx. La direction d'observation est caractérisée par l'angle θ.

i. Calculez le déphasage entre les 2 ondes diffractées dans la direction θ, émises par les fentes infinitésimales situées au point O et au point A repéré par l'abscisse x.

ii. En utilisant le théorème de superpositions des champs, écrivez sous forme intégrale le champ total $E_T(\theta)$ diffracté dans la direction θ par l'ensemble de la fente. On considérera que l'amplitude du champ pour une fente infinitésimale est proportionnelle à sa largeur dx, on notera K cette constante de proportionnalité.

iii. Calculez cette intégrale pour démontrer que $E_T(\theta)$ peut s'écrire :

$$E_T(\theta) = K \times a \times \frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}} \cos(\omega t)$$

On définit la fonction "sinus cardinal", notée "$sinc$" par :$sinc(x) = \frac{\sin(x)}{x}$

Ainsi l'équation se ré-écrit :

$$E_T(\theta) = K \times a \times sinc\left(\frac{\pi a\ \sin(\theta)}{\lambda}\right) \cos(\omega t)$$

iv. Déduisez-en que l'intensité diffractée par une fente de largeur a dans la direction θ s'écrit :

$$I(\theta) = I_0 \left(sinc\left(\frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}\right)\right)^2$$

Donnez l'expression de I_0en fonction des données du problème.

c) On va maintenant étudier la figure de diffraction reliée à l'expression de l'intensité.

i. A l'aide d'une calculatrice graphique, tracer l'allure de l'intensité en fonction de $sin\ \theta$. Faites le lien avec la figure de diffraction observée sur l'écran (fig.3).

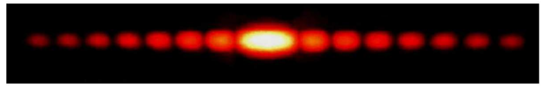

Figure 3 - Figure de diffraction par une fente observée à l'infini.
Source : http ://physique-eea.ujf-grenoble.fr

ii. Quelle est la valeur maximale de l'intensité ? Quelle est la valeur du maximum secondaire ?

iii. Déterminez les valeurs de $sin\theta$ qui annulent l'intensité.

iv. On observe la figure de diffraction sur un écran situé à une distance D de la fente ($D >> a$ et $D >> \lambda$). Calculez la largeur de la tâche centrale de diffraction et celle des taches secondaires observées sur l'écran. Exprimez le résultat en fonction de λ, a et D. Pour cette question, faites l'approximation des petits angles.

4. Fentes d'Young avec des fentes fines

On envoie un faisceau laser de longueur d'onde λ = 632,8nm sur deux fentes verticales fines, identiques de largeur b, espacées d'une distance a. Sur un écran situé à une distance D =1 m, on observe la figure 4.

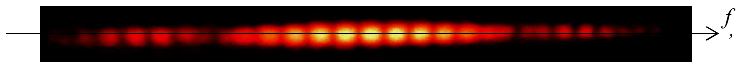

Figure 4- Observation de l'intensité transmise par deux fentes fines sur un écran situé à D = 1m. Echelle 2:1. *Source : http://physique-eea.ujf-grenoble.fr*

a) Expliquez phénoménologiquement la figure observée.

b) On appelle x l'axe de symétrie de l'image observée sur l'écran (fig.4). Dans quelle direction se trouve cet axe par rapport aux deux fentes ? Faites un schéma.

c) Justifiez l'expression suivante de l'intensité lumineuse sur l'écran D :

$$I(x) = 4I_0 \times sinc^2\left(\frac{\pi \mathrm{bx}}{\lambda D}\right) \times cos^2\left(\frac{\pi \mathrm{ax}}{\lambda D}\right)$$

On ne demande pas de démonstration détaillée.

d) Largeur des fentes :

i. A partir de l'équation précédente démontrez la relation entre la largeur de la tâche centrale et la largeur des fentes b.

ii. Déduisez la largeur des fentes utilisées pour obtenir la figure d'interférences reproduite à l'échelle 2:1 sur la figure 4.

e) Espacement entre les fentes :

i. A partir de l'équation précédente démontrez la relation entre l'interfrange et la distance a entre les fentes.

ii. Déduisez-en la distance entre les fentes qui correspond à la figure d'interférences de la figure 4.

5. Vision oculaire - Limite de résolution - Critère de Rayleigh

Le diamètre de la pupille de l'œil est en moyenne de 3 mm pour un éclairement standard. La distance entre les cellules sensibles de la rétine (bâtonnets ou cônes) est de 3 μm. On considérera que la longueur d'onde de la lumière est $\lambda = 550$ nm et que la distance focale de l'œil est $f' = 17$ mm.

f) Quelle est la taille sur la rétine de la figure de diffraction associée à la pupille ? Qu'est-ce qui limite la résolution de l'œil : le phénomène de diffraction ou la dimension des cellules ?

g) La dimension de la pupille peut varier de 1 mm à 8 mm selon l'éclairement. Qu'en est-il alors de la limite de résolution de l'œil ?

h) Le peintre Seurat utilisait une technique de représentation consistant en la juxtaposition de petites touches de couleur de diamètre environ 3 mm (« pointillisme », fig.5). Dans les conditions d'éclairement standard, à quelle distance doit-on se placer d'un tableau pour ne plus distinguer les points et observer ainsi un fondu des couleurs.

Réponse : 13m.

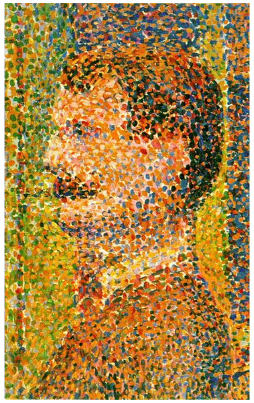

Figure 5 - Autoportrait de Gorges Seurat.

i) La nuit sur une route, à quelle distance maximale peut-on savoir si le véhicule en face est une moto (1 seul phare) ou une voiture (2 phares espacés typiquement de 1,5 m) ?

Réponse : Entre 2,2 km et 17,8 km selon l'éblouissement et donc la dilatation de la pupille.