IUT 1 UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

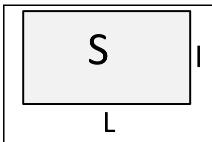
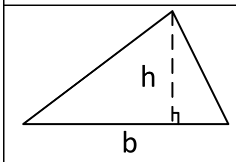
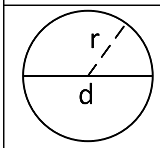
Notion valeur moyenne et efficace

Objectif : Réussir

1. Notion de valeur moyenne

1.1. Eléments de cours

1.1.a Surface et volume

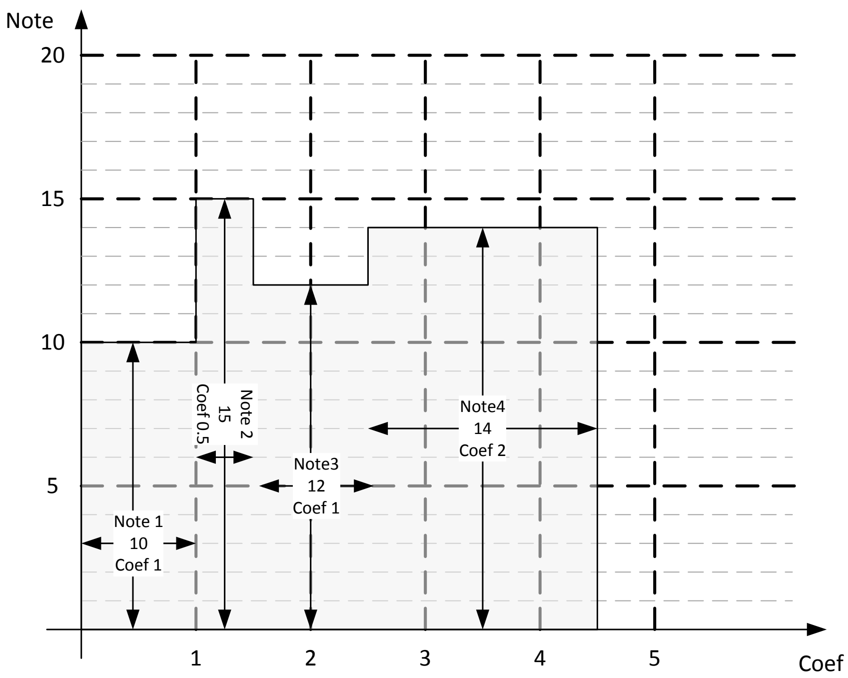
	Surface d'un carré : $S = largeur \times longueur$
	Surface d'un triangle : $S = \dfrac{Base \times Hauteur}{2}$
	Surface d'un cercle : $S = Rayon^2 \times \pi$

1.1.b Valeur moyenne

Prenons l'exemple de la moyenne d'un élève :

	Coef	Note
Contrôle 1	1	10
Test 1	0.5	15
Contrôle 2	1	12
Contrôle final	2	14

Représentation graphique :



Pour calculer la moyenne on fait :

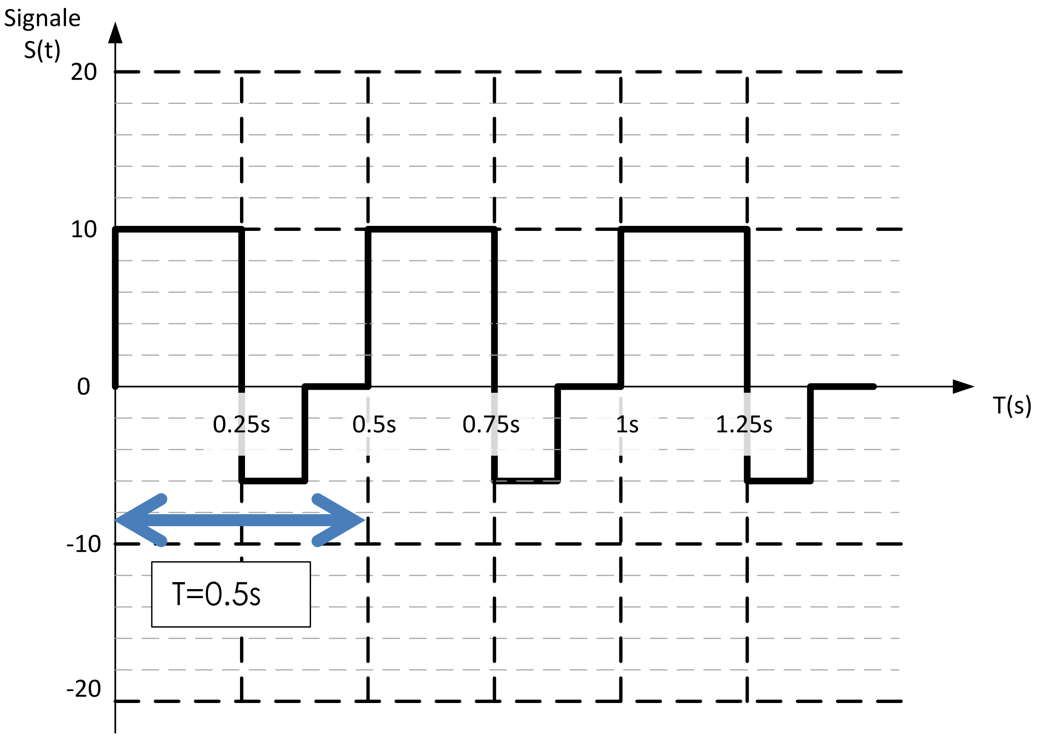
$$Moyenne = \frac{Note1 \times Coef1 + Note2 \times Coef2 \ldots}{somme\ de\ tous\ les\ coef}$$

Pour nous :

$$Moyenne = \frac{10 \times 1 + 15 \times 0.5 + 12 \times 1 + 14 \times 2}{1 + 0.5 + 1 + 2}$$

$$Moyenne = \frac{57.5}{4.5} = 12.7$$

1.1.c <u>Période, fréquence et valeur moyenne d'un signal électrique</u>



Le signal s(t) ci-dessus est périodique, et sa période T=0,5s :

- Périodique : Car il se répète de manière identique à intervalle de temps fixé.
- Sa période est T=0,5s. Car il se répète de manière identique toutes les 0,5 secondes

La fréquence définit le nombre de fois qu'un signal se répète par seconde, dans notre cas F = 2 Hz :

- Le signal se répète 2 fois par seconde.

On a la relation : $\boldsymbol{F(hz) = \frac{1}{T(s)}}$

1.1.d Valeur moyenne d'un signal periodique :

Cela correspond à l'aire moyenne représentée par le signal sur une période :

Analogie avec la moyenne de l'élève :

$$Moyenne_{élève} = \frac{Note1 \times Coef1 + Note2 \times Coef2 \ldots}{somme\ de\ tous\ les\ coef}$$

Devient :

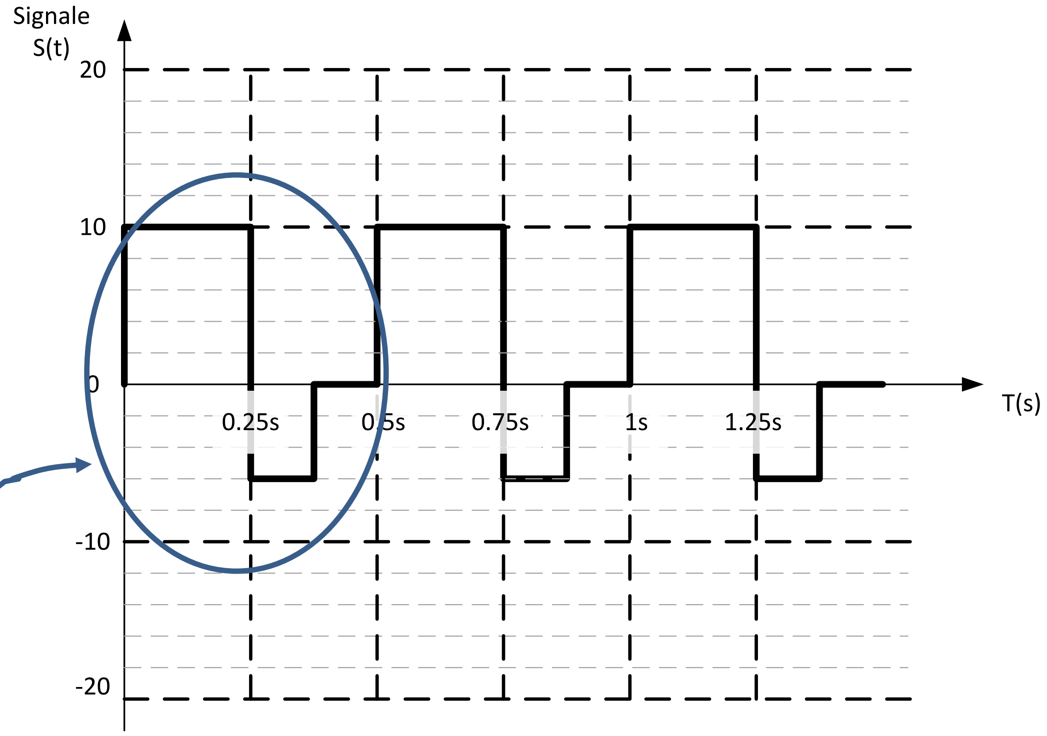
$$Moyenne_{d'un\ signal} = \frac{Aire\ du\ signale\ sur\ la\ periode}{La\ periode}$$

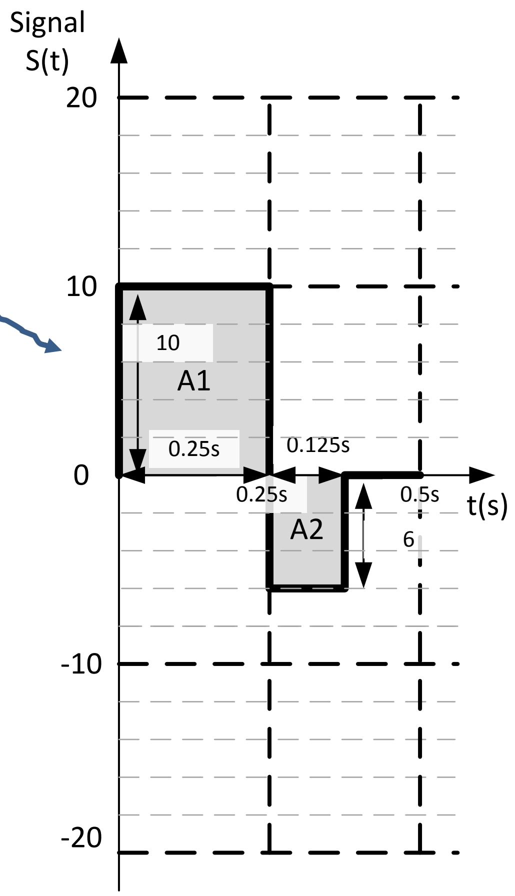
$$= \frac{\boldsymbol{somme\ des\ aire\ dans\ la\ partie\ positive - somme\ des\ aires\ dans\ la\ partie\ négativ}}{\boldsymbol{La\ periode}}$$

Mathématiquement cela s'écrit :

$$Valeur\ moyenne\ du\ signale\ s(t) = \frac{1}{T}\int_0^T s(t).dt$$

1.1.e **Exercice corrigé :**





L'aire A1 :

$$A1 = 10 \times 0{,}25 = 2{,}5$$

L'aire A2 :

$$A2 = 6 \times 0{,}125 = 0{,}75$$

La période T = 0,5s

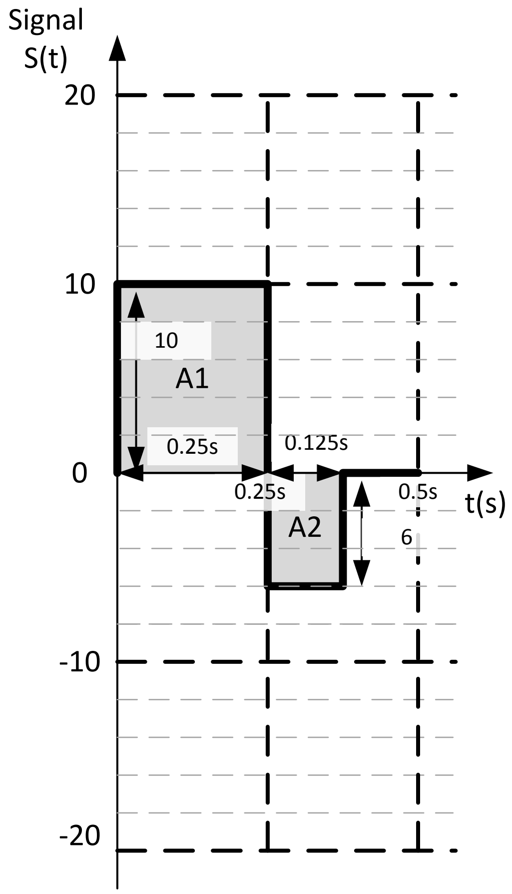
$$Moyenne_{s(t)} = \frac{A1 - A2}{T} = \frac{2{,}5 - 0{,}75}{0{,}5} = \mathbf{3,5}$$

$$Moyenne_{s(t)} = \mathbf{3,5}$$

Remarque :
L'unité de cette moyenne dépend de la nature du signal tension en (V) courant en (A)…

Mathématiquement cela s'écrit :

$$Valeur\ moyenne\ du\ signale\ s(t) = \frac{1}{T}\int_0^T s(t).dt$$



$$Valeur\ moyenne\ du\ signale\ s(t) = \frac{1}{T}\left[\int_0^{0.25} 10.dt\ + \int_{0.25}^{0.375} -6.dt\right]$$

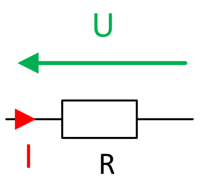
$$Valeur\ moyenne\ du\ signale\ s(t) = \frac{1}{T}\left[[10.t]_0^{0.25} + [-6.t]_{0.25}^{0.375}\right]$$

$$Valeur\ moyenne\ du\ signale\ s(t) = \frac{1}{0.5}[(10\times 0.25 - 10\times 0) + (-6\times 0.375 - (-6\times 0.375))]$$

$$Valeur\ moyenne\ du\ signale\ s(t) = \frac{1}{0.5}[(10\times 0.25) - 6 * 0.125]=3.5$$

2. <u>Notion de valeur efficace</u>

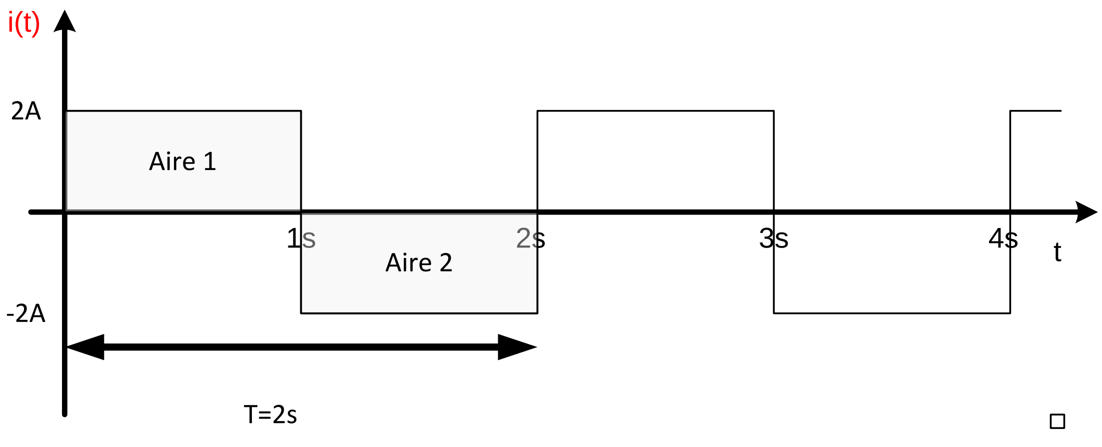
Si un courant circule dans une résistance, elle chauffe. (Radiateur électrique)

	La puissance de chauffe peut se calculer par la relation $P = R \times I^2$ Application : Si on a un courant de 2A qui circule dans une résistance de 10 Ω on a une puissance de chauffe de : $$P = R \times I^2 = 10 \times 2^2 = 40W$$

Sur le réseau de distribution électrique, le courant est alternatif. Il circule donc alternativement dans un sens puis dans un autre.

Application :
On a un courant de 2A qui circule pendant une seconde dans un sens, puis pendant une seconde dans l'autre sens.

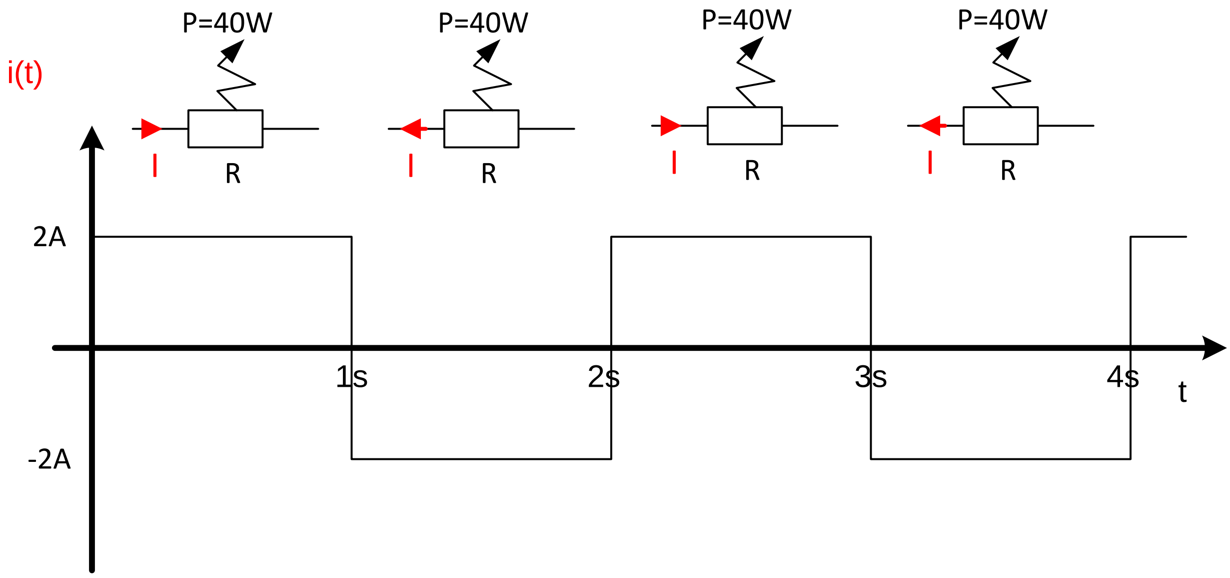
La valeur moyenne de i(t) est :



$$Valeur\ moyenne\ du\ signale\ i(t) = \frac{1}{T}\int_0^T i(t).dt = \frac{Aire1 - Aire2}{2} = 0A$$

Si on applique la relation :
$P = R \times I^2 avec\ la\ valeur\ moyenne\ du\ courant\ on\ trouve\ donc\ \ 0W$

Or cela n'a aucun sens puisque qu'elle que soit le sens de circulation du courant, la résistance va chauffer !

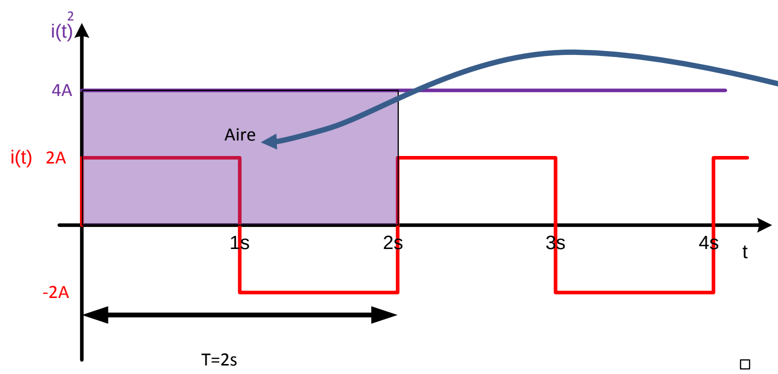


Pour pouvoir appliqué en alternatif les lois électrique qui régisse la puissance, on doit utiliser ce que l'on appelle la valeur efficace :

$$Valeur\ efficace\ de\ i(t) = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2.dt}$$

On calcul la racine carre de la valeur moyenne du signale au carré :

Dans notre cas :



$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2.dt}$$

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2.dt}$$

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\times Aire} = \sqrt{\frac{1}{2}\times(2\times4)}$$

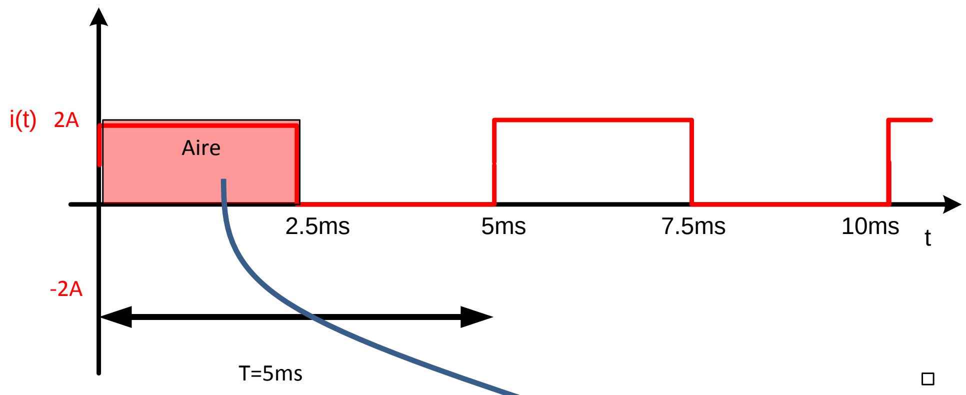
$$I_{eff} = \sqrt{4} = 2A$$

Avec la valeur efficace de i(t) il est bien possible de déterminer la puissance dissipé par la résistance :

$$P = R \times I_{eff}{}^2 = 10 \times 2^2 = 40W$$

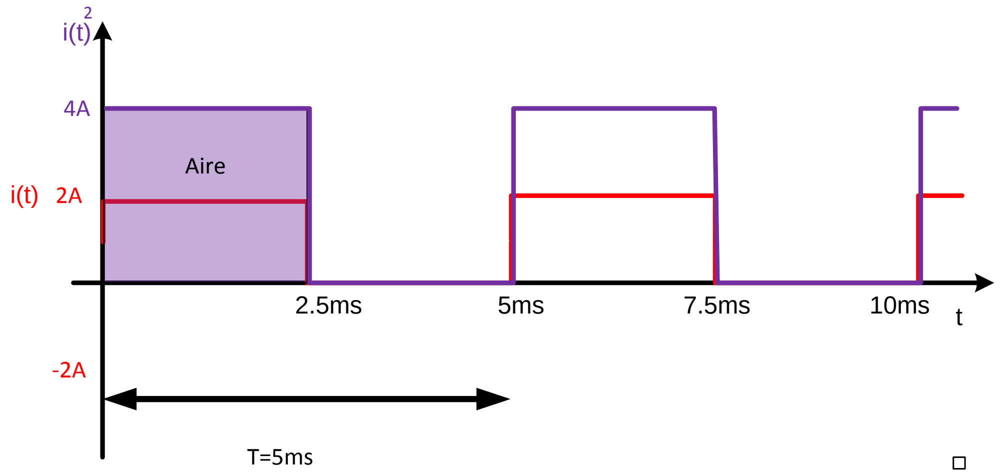
Exemple :

Le courant i(t) est periodique, et vaut 2A pendant 2.5ms, puis 0 pendant 2.5ms :7



$Valeur\ moyenne\ du\ signale\ i(t) = \frac{1}{T}\int_0^T i(t).dt = \frac{1}{T}[Aire] = \frac{1}{5.10^{-3}}[2 \times 2{,}5.10^{-3}] = 1A$

Pour calculer la valeur efficace, on trace $i(t)^2$:



$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2.dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \times Aire} = \sqrt{\frac{1}{5.10^{-3}} \times (4 \times 2{,}5.10^{-3})} = 1.41A$