Puissances

- Puissance d'un nombre non nul a :

  $a^n = a \times \ldots \times a$

  $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ avec n un nombre entier positif différent de zéro

  Convention : $a^0 = 1$ et $a^1 = a$

- Règles de calcul :

  $a^2 \times a^3 = (a \times a) \times (a \times a \times a) = a^5 = a^{2+3}$

  $\dfrac{a^2}{a^5} = \dfrac{a \times a}{a \times a \times a \times a \times a} = \dfrac{1}{a \times a \times a} = a^{-3} = a^{2-5}$

  $(ab)^2 = (ab) \times (ab) = a \times a \times b \times b = a^2 b^2$

  $(-a)^n = (-a) \times (-a) \times \cdots \times (-a)$ $\quad -a^n = -a \times a \times \cdots \times a$

  $a^m \times a^n = a^{m+n}$ $\quad \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad (a \times b)^n = a^n \times b^n$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

  $(a^m)^n = a^{m \times n}$ $\quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Racine carrée

Soit a un nombre positif, il existe un unique nombre positif r tel que $r^2 = a$. Ce nombre r est appelé racine carrée de a et est noté : $r = \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

L'équation $x^2 = a$ avec a strictement positif admet deux solutions distinctes $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$.

Pour tous nombres a et b positifs, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

Pour tout nombre a positif et tout b strictement positif, $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Pour tout nombre a positif et tout entier naturel n non nul, $\left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$

Pour tous nombres a et b positifs, $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$